



Étude numérique et expérimentale de la déstabilisation des milieux granulaires immergés par fluidisation

Jeff Ngoma

► To cite this version:

Jeff Ngoma. Étude numérique et expérimentale de la déstabilisation des milieux granulaires immergés par fluidisation. Mécanique des fluides [physics.class-ph]. Aix Marseille Université, 2015. Français. NNT: . tel-01151604

HAL Id: tel-01151604

<https://theses.hal.science/tel-01151604>

Submitted on 13 May 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial - NoDerivatives| 4.0
International License



UNIVERSITÉ D'AIX-MARSEILLE

ÉCOLE DOCTORALE SCIENCES POUR L'INGÉNIEUR
MÉCANIQUE, PHYSIQUE, MICRO ET NANOÉLECTRONIQUE

THÈSE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ D'AIX-MARSEILLE

Spécialité : MÉCANIQUE ET PHYSIQUES DES FLUIDES

Laboratoire d'accueil : U.R. Ouvrages Hydrauliques IRSTEA

Étude numérique et expérimentale de la déstabilisation
des milieux granulaires immergés par fluidisation

par

Jeff NGOMA

Thèse dirigée par : Stéphane BONELLI

et codirigée par : Jean-Yves DELENNE, Pierre PHILIPPE

Soutenue publiquement le 8 Avril 2015 devant la commission d'examen

COMPOSITION DU JURY :

M. Patrick RICHARD	DR, IFSTTAR Nantes	Rapporteur
M. Eric VINCENS	MCF, Ecole Centrale Lyon	Rapporteur
M. Maxime NICOLAS	Professeur, IUSTI Marseille	Examineur
M. Vincent RICHEFEU	MCF, L3SR Grenoble	Examineur
M. Franck RADJAI	DR CNRS, LMGC Montpellier	Examineur
M. Stéphane BONELLI	DR, IRSTEA Aix-en-provence	Directeur de thèse
M. Jean-Yves DELENNE	DR, IATE INRA Montpellier	Co-directeur de thèse
M. Pierre PHILIPPE	CR, IRSTEA Aix-en-provence	Co-directeur de thèse

IRSTEA Centre d'Aix-en-provence, 3275 Route Cézanne CS 40061
13182 Aix-en-provence Cedex 5, Contacts : +33 (0)4 42 66 99 10

Si chaque découverte entraîne plus de questions qu'elle n'en résout,
la part d'inconnu s'accroît à mesure que nos connaissances
augmentent.

Pierre Vathomme

A mes très chers parents, mes frères et sœurs

A mon amour, Magalie

A mon trésor, Éliam

Remerciements

Je tiens en premier lieu à exprimer ma profonde gratitude et ma sincère reconnaissance à mes encadrants, Stéphane BONELLI, Jean-Yves Delenne et Pierre PHILIPPE pour leur disponibilité, leur expertise scientifique, leurs conseils avisés ainsi qu'eux leurs encouragements. Ce fut un réel plaisir et un honneur pour moi de travailler avec vous tout au long de ces trois années. Je tiens à les remercier très chaleureusement pour la confiance et le soutien sans faille qu'ils m'ont accordés.

Bien que ne faisant pas officiellement partie de mon encadrement, Franck RADJAI a également joué un rôle important dans l'avancement de ces travaux. Je le remercie pour son aide très précieuse.

Je tiens vivement à remercier l'ensemble des membres du jury. Merci au Professeur Maxime NICOLAS de m'avoir fait l'honneur de présider ce jury. Je tiens également à le remercier pour ses précieux conseils et suggestions pertinentes. Merci à Patrick RICHARD et Eric VINCENS qui ont bien voulu se prêter à la lourde tâche de rapporteur de cette thèse et qui ont initié des discussions constructives que l'ont a eues. Un très grand merci à Vincent RICHEFEU d'avoir accepté d'être examinateur de ce travail de thèse, mais également pour sa contribution à ce travail.

Je remercie également Laurent PEYRAS, chef de l'Unité de Recherche Ouvrages Hydrauliques et Hydrologie, de m'avoir donné l'opportunité d'effectuer cette thèse au sein de son service. Merci pour ses conseils et ses encouragements.

Je remercie Virginie MIFSUD, Martine SYLVESTRE et Christiane BONNET pour leur savoir faire, leur disponibilité et pour les nombreuses tâches administratives accomplies. Je leur suis reconnaissant pour leur esprit jovial et la bonne humeur qu'elles ont toujours entretenue à mon égard.

Un grand merci à l'équipe du Laboratoire de Mécanique des Sols. Merci à Alain BERNARD pour sa bonne humeur, ses encouragements et ses précieux conseils. Je n'oublierai jamais nos analyses et critiques après chaque match de notre équipe de cœur l'O.M. Merci à Nadia BENAHMED pour son soutien et ses conseils avisés. Merci également à Faustine BYRON, Sylvie NICAISE, Yves GREMAUX et Guillaume NUNES pour leur appui technique, leur bonne humeur et tous les bons moments que nous avons pu passer ensemble. Merci à Yves GREMAUX, pour sa patience et son aide logistique, toujours prêt à m'attendre pour me ramener chez moi, même à des heures tardives, je lui en suis reconnaissant.

Je remercie également tous mes collègues et amis qui ont contribué au quotidien à la bonne ambiance de l'équipe : Fabienne MERCIER, Kien NGUYEN, Zhenzhen LIU, Florian BRUNIER-COULIN, Li-Hua LUU, Pablo CUELLAR, Patrick MUTABARUKA. J'ai profité d'un environnement de travail inspirant et très chaleureux.

Merci infiniment à tous les membres de l'IRSTEA d'Aix-en-Provence et du Laboratoire de Mécanique et Génie Civil de Montpellier avec qui j'ai partagé, dans un environnement de convivialité et de bonne humeur, des moments inoubliables.

Je remercie également les membres du service informatique pour leur investissement et leur disponibilité sans lesquels cette thèse ne se serait pas déroulé dans les meilleures conditions. Merci à Alain GERARD, Mathieu LESTRADE et Etienne BLANC.

Tout ce qui me reste de remerciements va à ma merveilleuse famille, ma belle-famille, mes amis, pour tant de raisons que les cent pages qui suivent ne pourraient suffire à les énumérer...

J'adresse mes plus vifs remerciements à mes parents pour leur dévouement, leur soutien, leurs encouragements et leur confiance procurée tout au long de mes études. J'espère qu'ils savent que je leurs en suis infiniment reconnaissant. Pour finir, je tiens à remercier très chaleureusement Magalie, ma femme, qui a eu à supporter à mes côtés les hauts et les bas qui se sont succédés tout au long de cette thèse. Je ne peux terminer ces remerciements sans lui dire combien c'est un bonheur d'être entouré et soutenu par elle. À mon fils, mon trésor Eliam, qui partage ma vie depuis deux ans, il n'y a pas de plus bel amour que celui que je lui porte et celui qu'il me donne, je t'aime mon fils. Je voudrais simplement te dire merci pour le bonheur que tu m'offres, et sache que corps et âme pour toi je me dévouerai à jamais.

A Dieu Tout Puissant et à tous je dis : Merci beaucoup

Résumé

Ce travail de thèse a pour objet l'étude numérique et expérimentale de la déstabilisation de milieux granulaires immergés par fluidisation. Cette instabilité hydromécanique est un mécanisme précurseur de l'érosion régressive, processus de dégradation au cœur de la problématique de l'érosion interne des ouvrages hydrauliques en terre. La compréhension de ces mécanismes d'érosion nécessite une description rigoureuse du couplage et de l'interaction entre le fluide et les particules de sol. A cette fin, un modèle 2D a été utilisé en couplant deux méthodes particulières, la méthode des éléments discrets (DEM) pour modéliser le comportement mécanique de la phase solide et la méthode Lattice Boltzmann (LBM) pour la phase fluide. Des expériences servant de validation à cette simulation numérique 2D ont également été réalisées en s'appuyant sur une technique de visualisation interne d'un empilement granulaire combinant l'ajustement d'indice de réfraction des deux phases et la fluorescence induite par plan laser.

Ces études ont tout d'abord montré l'existence de trois régimes distincts en fonction de la vitesse d'écoulement imposée au niveau d'une injection localisée : un régime poreux, un régime de cavité fluidisée et un régime de fluidisation locale sur toute la hauteur du lit granulaire encore appelé régime de cheminée fluidisée. Une étude paramétrique de la phase transitoire de fluidisation localisée, en régimes de cavité et de cheminée, a permis de définir un temps caractéristique et un taux d'expansion verticale pour lesquels une loi d'échelle a été obtenue et une analyse dimensionnelle proposée en fonction des paramètres de contrôle. Une analyse systématique de l'influence de la taille de l'injection a également été menée et le cas limite de la fluidisation homogène en régime transitoire a été étudié numériquement et expérimentalement. Enfin, des résultats préliminaires sont présentés sur l'interaction entre cavités fluidisées issues de deux injections distinctes.

Abstract

The subject of this thesis is the numerical analysis and experimental investigation of the destabilization of submerged granular media caused by fluidization. This hydro-mechanical instability is one of the mechanisms that may trigger the regressive erosion, which is one of the main degradation phenomena driving the internal erosion of earthen hydraulic constructions. Such erosion mechanisms can only be understood through a rigorous description of the coupling and interaction between the eroding fluid and the soil particles. For this purpose, a 2D model has been used coupling two different numerical techniques, the discrete element method (DEM) for modelling the mechanical behaviour of the solid phase and the Lattice Boltzmann method (LBM) for the fluid phase. The experimental validation of this numerical 2D simulation has been carried out using two optical techniques for the internal visualization of a granular sample, namely the adjustment of the refraction index of the two phases and the laser-induced fluorescence.

These studies have shown the existence of three distinct regimes depending on the flow velocity imposed at a localized injection : a porous regime, a regime of fluidized cavity and a regime of local fluidization throughout the whole height of the granular bed, also denominated regime of fluidized chimney. A parametrical study of the transitory phase of localized fluidization, both for the regimes of fluidized cavity and chimney, has lead to the definition of a characteristic time and a vertical expansion rate consistent with a scaling law out of a dimensional analysis involving the control parameters. A systematic analysis of the influence of the injection size has also been presented, while the limit case of homogeneous fluidization in transitory regime has been studied both numerically and experimentally. To conclude, some preliminary results on the interaction between the fluidized cavities of two separate injections has also been discussed.

Mots clés

INSTABILITÉS HYDROMÉCANIQUES

FLUIDISATION

INTERACTION FLUIDE-GRAINS

MILIEUX GRANULAIRES IMMERGÉS

MÉTHODE LATTICE BOLTZMANN

MÉTHODE DES ÉLÉMENTS DISCRETS

Keys words

HYDRO-MECHANICAL INSTABILITIES

FLUIDIZATION

FLUID-GRAINS INTERACTIONS

IMMERSED GRANULAR MEDIA

LATTICE BOLTZMANN METHOD

DISCRET ELEMENTS METHOD

Table des matières

Introduction	25
1 Etat de l'art	31
1.1 Rôle de la fluidisation dans le processus d'érosion interne	32
1.2 Interaction fluide-grains	35
1.2.1 Contexte général	35
1.2.2 Particule seule en interaction avec un fluide environnant	36
1.2.3 Interaction rapprochée de grains immergés : Forces hydrodynamiques de lubrification	42
1.2.4 Ecoulements dans les milieux poreux à structure granulaire	44
1.2.5 Hydrodynamique des suspensions granulaires	48
1.3 Modélisation numérique	52
1.3.1 Cas du fluide	52
1.3.2 Cas du solide	57
1.3.3 Couplage fluide-solide	58
1.4 Fluidisation des milieux granulaires immergés	62
2 Méthodes numériques LBM et DEM	71
2.1 Méthode Lattice Boltzmann (LBM)	71
2.1.1 Un peu d'histoire	71
2.1.2 Construction de la Méthode Lattice Boltzmann	73
2.2 Méthode numérique discrete des milieux granulaires (DEM)	89
2.2.1 Loi constitutive au contact	90
2.2.2 Optimisation par voisinage	91
2.2.3 Schéma d'intégration des équations du mouvement	93
2.2.4 Stabilité numérique	94
2.2.5 Modèle hybride de couplage DEM-LBM	94
2.2.6 Paramètres de couplage DEM-LBM	98
2.3 Validations et applications du modèle DEM-LBM	100
2.3.1 Lid driven cavity	100
2.3.2 Ecoulement de Couette plan	104
2.3.3 Backward facing step flow	106
2.3.4 Ecoulement de Poiseuille plan	109
2.3.5 Sédimentation d'une particule cylindrique	112

2.3.6	Sédimentation de deux particules circulaires entre deux plaques parallèles en régime visqueux	117
2.3.7	Ecoulement 2D autour d'un cylindre fixe	121
2.3.8	Couplage fluide-particules : Effet de la résolution spatiale	122
	Conclusion	125
3	Etude de la fluidisation localisée d'un sol granulaire immergé : Protocoles expérimental et numérique	127
3.1	Contributions à l'étude de la fluidisation localisée mono ou multi-sources d'un sol granulaire	127
3.1.1	Contexte bibliographique	127
3.1.2	Quelques travaux expérimentaux antérieurs	128
3.1.2.1	Dispositifs expérimentaux	129
3.1.2.2	Observations expérimentales et résultats	130
3.1.2.3	Analyses et discussion	134
3.1.3	Études numériques antérieures de la fluidisation localisée d'un sol granulaire	138
3.2	Cadre de notre étude de la fluidisation localisée d'un matériau granulaire .	142
3.2.1	Étude expérimentale	142
3.2.1.1	Grains et fluides	142
3.2.1.2	Dispositif expérimental	143
3.2.1.3	Techniques optiques	144
3.2.1.4	Procédure expérimentale	145
3.2.2	Etude numérique	146
3.3	Traitement d'image	149
3.4	Visualisation et post-traitement	151
4	Fluidisation d'un empilement granulaire immergé : Etude numérique et expérimentale	157
4.1	Etats stationnaires	158
4.1.1	Description	159
4.2	Analyse du régime transitoire de fluidisation localisée	162
4.2.1	Quantification du régime transitoire	162
4.2.2	Étude du régime de cavité fluidisée	163
4.2.3	Étude du régime de cheminée fluidisée	164
4.2.4	Hystérésis dans le régime de cavité fluidisée	172
4.2.5	Diagrammes de phases	174
4.3	Influences des différents paramètres	176
4.3.1	Influence de la hauteur initiale de l'empilement	176
4.3.2	Influence de la taille d'injection	178
4.3.3	Effet de la viscosité du fluide	180
4.4	Etude du transitoire de fluidisation homogène	184
4.4.1	Etude expérimentale	184
4.4.2	Etude numérique	191

4.5	Interaction entre deux cavités	196
4.5.1	Résultats expérimentaux	196
4.5.2	Résultats numériques	200
4.6	Discussion	203
4.6.1	Points d'accord du modèle	203
4.6.2	Limitations de la modélisation liées aux choix de la géométrie 2D	205
4.6.3	Influence du régime hydrodynamique de cavité	206
Conclusion et perspectives		211
Bibliographie		215

Table des figures

1.1	Erosion régressive dans les ouvrages hydrauliques en terre.	33
1.2	Phénomènes de "Sandboil" en milieux naturels.	34
1.3	Quelques exemples de phénomènes naturels d'interaction fluide-grains. . . .	36
1.4	Le nombre de Reynolds terminal en fonction du nombre d'Archimède. Fi- gure extraite de Gibilaro [1].	38
1.5	Coefficient de traînée en fonction du nombre de Reynolds particulaire pour une sphère lisse. Figure extraite de Gibilaro [1].	39
1.6	Lignes de courant autour d'une sphère en rotation à la vitesse angulaire Ω dans le référentiel de la particule et résultante F_m des forces de pression. .	42
1.7	Force de lubrification normale : notations.	43
1.8	Contact. Figure extraite de Radjai et Dubois [2].	43
1.9	Coefficient de restitution e normalisée par sa valeur e_{dry} (quand le fluide interstitiel est de l'air) en fonction du nombre de Stokes. Figure extraite de Gondret et al. [3].	44
1.10	Exemple de coupe d'un milieu poreux observé par microscopie.	46
1.11	Ecoulement d'un fluide à travers un milieu poreux.	47
1.12	Exemple de lit fluidisé. Figure extraite de Gibilaro [1].	50
1.13	Application aux lits fluidisés de la loi de Richardson-Zaki. Valeurs de l'expo- sant n de la loi de puissance pour différents régimes d'écoulements. Figure extraite de Gibilaro [1].	51
1.14	Exemple de simulation aux Volumes Finis : Représentation de la densité lors de la propagation d'un jet astrophysique supersonique dans un milieu interstellaire. Figure extraite de Gardner et al. [4].	55
1.15	Exemple de simulation particulaire de type SPH : Représentation de la densité lors de l'effondrement et la fragmentation d'un nuage interstellaire. Figure extraite de Matthew et al. [5].	56
1.16	Discretisation spatiale du domaine de calcul dans la méthode MPM. Figure extraite de Alonso et al. [6]	62
1.17	(a) Milieu granulaire immergé. (b) Écoulement à travers un milieu poreux. (c) Lit fluidisé.	63
1.18	Classification de Baeyens et Geldart. Figure extraite de Geldart [7].	64
2.1	(a) Maillage structuré uniforme ; (b) Modèle D2Q9.	77
2.2	Modèles Lattice Boltzmann tridimensionnels.	78
2.3	Propagation des distributions depuis une cellule (i,j)	80

2.4	Illustration des conditions aux limites de non-glissement du fluide par la méthode de <i>halfway</i> Bounce Back.	84
2.5	Schéma 2D des conditions aux limites périodiques.	85
2.6	Configuration des conditions aux limites avec la méthode LBM.	86
2.7	Notations utilisées.	90
2.8	Lois de contact et de frottement.	92
2.9	Technique d'optimisation par voisinage Halo.	92
2.10	Illustration de la technique Bounce Back.	95
2.11	Représentation d'une surface courbe solide.	96
2.12	Lid driven cavity : Configuration géométrique et conditions aux limites. . .	100
2.13	Lignes de courant dans la cavité pour différentes valeurs du nombre de Reynolds.	101
2.14	Profils de vitesse horizontale pour différentes valeurs du nombre de Reynolds ($Re = 10^2 - 10^4$). Données extraites de Ghia et al. [8] (symboles) et simulation LBM (lignes).	102
2.15	Profils de vitesse verticale pour différentes valeurs du nombre de Reynolds ($Re = 10^2 - 10^4$). Données extraites de Ghia et al. [8] (symboles) et simulation LBM (lignes).	102
2.16	Ecoulement de Couette 2D instationnaire : description du problème.	104
2.17	Profils de vitesse horizontale de l'écoulement de Couette 2D.	105
2.18	Profils de vitesse autosimilaire de l'écoulement de Couette 2D.	105
2.19	Configuration géométrique de la marche descendante (Backward step). . .	106
2.20	Lignes de courant dans le système pour différents nombres de Reynolds. Figures extraites de Ertuk [9].	107
2.21	Localisation des zones de recirculation X_r pour différentes valeurs du nombre de Reynolds. Comparaison avec les résultats d'Armaly et al. [10] et Ertuk [9].	108
2.22	Localisation des zones de recirculation X_s et X_{rs} pour différentes valeurs du nombre de Reynolds. Comparaison avec les résultats d'Armaly et al. [10] et Ertuk [9].	109
2.23	Ecoulement de Poiseuille 2D : Géométrie et conditions aux limites.	110
2.24	Ecoulement de Poiseuille 2D : (a) champ de vitesse, (b) champ de pression. .	111
2.25	Profil de vitesse de Poiseuille. La vitesse u est adimensionnée par la vitesse maximale au centre du conduit donnée par l'expression analytique (2.105) $u_{\max} = 0.001128 \text{ m.s}^{-1}$ avec $\Delta P/L = 25 \text{ Pa.m}^{-1}$, $\eta = 0.01 \text{ Pa.s}$, $R = 9.5 \times 10^{-4} \text{ m}$ et $L = 0.04 \text{ m}$. La valeur numérique de u_{\max} obtenue avec la simulation est de $0.001126 \text{ m.s}^{-1}$	111
2.26	Profil de pression de l'écoulement de Poiseuille.	112
2.27	Sédimentation d'une particule isolée de profil circulaire : description du problème.	113
2.28	Trajectoire transversale de la particule.	114
2.29	Trajectoire verticale de la particule.	115
2.30	Vitesse de sédimentation de la particule.	115
2.31	Coefficient de traînée en fonction du nombre de Reynolds particulaire. Comparaison avec les résultats expérimentaux de D. J. Tritton [11].	116

2.32	Sédimentation de deux particules circulaires : description du problème numérique étudié.	117
2.33	Sédimentation de deux particules circulaires à différents instants.	118
2.34	Trajectoires transversales des particules.	119
2.35	Trajectoires verticales des particules.	119
2.36	Distance entre les deux particules lors du processus de sédimentation.	120
2.37	Vitesses de chute des particules.	120
2.38	Écoulement autour d'un cylindre circulaire fixe : description du problème et conditions aux limites.	121
2.39	Écoulement autour d'un cylindre circulaire fixe : (a) $Re = 10$, (b) $Re = 40$, (c) $Re = 60$ (Tourbillons de Von Karman).	121
2.40	Coefficient de traînée en fonction du nombre de Reynolds particulaire.	122
2.41	Evolution au cours du temps de la vitesse de sédimentation particulaire en fonction de la résolution spatiale.	123
2.42	Influence de la résolution spatiale $d/\Delta x$ sur la vitesse de sédimentation d'une particule circulaire.	123
3.1	Représentation schématique des dispositifs expérimentaux de (a) Zoueshtiagh et Merlen [12] et (b) Philippe et Badiane [13].	129
3.2	Taille et profil de la cheminée en fonction du débit pour des buses de diamètres (a) $d_i = 3\text{ mm}$, (b) $d_i = 15\text{ mm}$ et (c) $d_i = 35\text{ mm}$. (d) Comparaison de profils obtenus avec différentes buses à des débits identiques. Figures extraites de Zoueshtiagh et Merlen [12].	131
3.3	Effet d'hysteresis très important sur l'existence du régime de cavité fluidisée en fonction du sens de variation du débit. Figure extraite de Philippe et Badiane [13].	132
3.4	Durée du régime transitoire.	133
3.5	Interaction entre deux cavités fluidisées en fonction de l'écartement. Figures extraites de Philippe et Badiane [13].	134
3.6	Comparaison entre les profils de vitesses théoriques, numériques et expérimentaux à l'interface eau-lit dans le régime (i) avec un diamètre d'injection $d_i = 15\text{ mm}$ pour (a) $H_0 = 3\text{ cm}$, (b) $H_0 = 5\text{ cm}$ et (c) $H_0 = 7\text{ cm}$. Les vitesses u et la distance à l'axe de symétrie de la cellule r sont respectivement adimensionnées par la vitesse débitante et le rayon de la cellule R_e . Les expériences sont menées avec des billes de verre. Figures extraites de Zoueshtiagh et Merlen [12].	135
3.7	(a) Débit critique Q_f et (b) section de référence critique σ_f au seuil d'apparition de la cheminée fluidisée en fonction de la hauteur H_0 du lit granulaire. Figures extraites de Philippe et Badiane [13].	138
3.8	Taux de croissance V en fonction de $\sigma - \sigma_f(H_0)$. Figures extraites de Philippe et Badiane [13].	138
3.9	Représentation de la configuration géométrique 2D utilisée pour la simulation numérique de la fluidisation localisée d'un sol granulaire. Figure extraite de Cui et al. [14; 15].	139

3.10	Fixed-bed regime. The flow rate are below 0.8 l.s^{-1} and the snapshot is taken at $t = 20 \text{ s}$. Figure extraite de Cui et al. [14; 15].	140
3.11	Stable cavity regime. The flow rate are between $0.8 - 2.0 \text{ l.s}^{-1}$ and the snapshot is taken at $t = 20 \text{ s}$. Figure extraite de Cui et al. [14; 15].	140
3.12	Blow-out regime. The flow rate are above 2.0 l.s^{-1} and the snapshot is taken at $t = 20 \text{ s}$. Figure extraite de Cui et al. [14; 15].	140
3.13	Evolution du profil de pression à différentes hauteurs du lit en fonction du débit d'injection. Figure extraite d'Alsaydalani et Clayton [16].	141
3.14	Fluidisation localisée d'un milieu granulaire cohésif. Figure extraite de Cui et al. [14; 15].	142
3.15	Milieu iso-indice translucide : Billes en verre borosilicate + Mélange d'huiles minérales en partie basse de la cellule.	143
3.16	Dispositif expérimental.	144
3.17	Technique tomographique PLIF.	145
3.18	Configuration étudiée et conditions aux limites utilisées pour la simulation numérique de la fluidisation localisée d'un empilement granulaire.	147
3.19	Empilement granulaire compact 2D.	147
3.20	Empilement granulaire compact 2D avec prise en compte d'un fluide interstitiel entre les particules.	148
3.21	Evolution de la perméabilité en fonction de la porosité pour un empilement compact 2D avec prise en compte d'une couche fluide autour des grains. . .	149
3.22	Exemple d'image obtenu par simulation numérique de la déstabilisation d'un milieu granulaire immergé par un écoulement interne.	150
3.23	Étapes du traitement d'image pour l'évaluation de la hauteur totale H_t au niveau de la zone d'injection : (a) diagramme spatio-temporel, (b) seuillage, (c) remplissage de tout le domaine.	150
3.24	Étapes du traitement d'image pour l'évaluation de la hauteur H_f de la zone fluidisée et du temps caractéristique t_0 du transitoire de fluidisation : (a) diagramme spatio-temporel, (b) seuillage, (c) ajustement manuel de la frontière et remplissage.	151
3.25	Exemple de visualisation 2D sur <i>Paraview</i> de l'écoulement d'un fluide au sein d'un milieu granulaire avec une résolution spatiale LBM de 10 mailles par diamètre moyen des particules.	152
4.1	Schéma de la configuration utilisée dans le cadre de l'étude numérique 2D.	158
4.2	Illustration des trois régimes stationnaires observés pour un empilement de hauteur initiale $H_0 = 85.8 \text{ mm}$ avec un diamètre d'injection $d_i = 8.0 \text{ mm}$ obtenue par simulation numérique : (a) Empilement statique ($U = 0.29 \text{ m.s}^{-1}$); (b) Régime de cavité fluidisée ($U = 0.40 \text{ m.s}^{-1}$); (c) Régime de cheminée fluidisée ($U = 0.60 \text{ m.s}^{-1}$).	161
4.3	Exemple de diagramme spatio-temporel issu des simulations numériques.	162

4.4	Evolution temporelle de la hauteur fluidisée adimensionnée par la hauteur initiale $H_f(t)/H_0$ (en haut) et de la hauteur totale adimensionnée par la hauteur initiale $H(t)/H_0$ (en bas) dans le régime de cavité fluidisée (a) et dans le régime de cheminée avec des cinétiques plus ou moins rapides (b et c).	163
4.5	Mesures (série 11) dans le régime de cavité fluidisée des grandeurs caractéristiques H_f^∞ , $\tau_{50\%}$ et $\tau_{90\%}$, et des taux d'expansion caractéristiques $V_{50\%} = H_f^\infty/\tau_{50\%}$ et $V_{90\%} = H_f^\infty/\tau_{90\%}$ en fonction de la vitesse d'injection U . 164	164
4.6	Durée de la phase d'expansion t_0 en fonction de la vitesse d'injection U . Il y a divergence lorsque U tend vers une valeur seuil U_c . La courbe en pointillé est un ajustement en loi de puissance de la courbe $t_0(U) = T_0 (U/U_c - 1)^{-\alpha}$ avec ici $U_c = 0.077 \text{ m.s}^{-1}$, $T_0 = 1.40 \text{ s}$ et $\alpha = 0.6$	165
4.7	Taux d'expansion caractéristique $V_0 = H_0/t_0$ en fonction de la vitesse d'injection U (en haut) et en fonction de $(U - U_c)^{3/5}$ (en bas).	167
4.8	Vitesse seuil d'apparition de la cheminée U_c en fonction de $g_*^{3/4} d^{5/4} \nu_f^{-1/2}$. La droite correspond à la relation $U_c = 0.1 g_*^{3/4} d^{5/4} \nu_f^{-1/2}$	168
4.9	Nombre de Reynolds critique $Re_c = U_c d / \nu_f$ en fonction du nombre d'Archimède $Ar = g_* d^3 / \nu_f^2$. La droite en pointillé est un ajustement en loi de puissance avec un exposant de $3/4$ et un coefficient de proportionnalité très proche de 0.1.	170
4.10	Coefficient de traînée C_{D0} obtenu pour une particule seule et le coefficient de traînée C_d tiré de l'interprétation physique de la vitesse critique U_c et celui corrigé comme expliqué dans le texte.	171
4.11	Rapport Re_0/Re_c en fonction de $(Re/Re_c - 1)$ en échelle log-log. La droite correspond à la relation $Re_0/Re_c = 0.75 (Re/Re_c - 1)^{3/5}$	172
4.12	Hauteur de la zone fluidisée H_f de l'empilement au dessus de la buse d'injection en fonction de la vitesse U de l'écoulement pour un empilement de hauteur initiale $H_0 = 90 \text{ mm}$ et avec un diamètre d'injection $d_i = 8.0 \text{ mm}$. La viscosité du fluide simulé $\nu_f = 2.0 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$	173
4.13	Réseau de forces de contact au cours de la transition du régime de cheminée au régime de cavité fluidisée.	173
4.14	Diagramme de phases représentant les différents états stationnaires en injectant du fluide avec une vitesse U à la base d'un empilement de hauteur initiale H_0 obtenu pour une viscosité $\nu_f = 5.0 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$. On distingue ici uniquement 2 domaines : (1) domaine purement statique ; (4) domaine d'existence d'une cheminée fluidisée.	174
4.15	Diagramme de phases représentant les différents états stationnaires en injectant du fluide avec une vitesse U à la base d'un empilement de hauteur initiale H_0 obtenu pour une viscosité $\nu_f = 2.0 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$. On distingue ici uniquement 4 domaines : (1) domaine purement statique ; (2) domaine d'existence d'une cavité fluidisée post cheminée ; (3) domaine d'existence d'une cavité fluidisée et (4) domaine d'existence d'une cheminée fluidisée. 175	175
4.16	Régime de cavité fluidisée obtenu au bout de 10s de simulation avec une hauteur initiale $H_0 = 85.8 \text{ mm}$ et une viscosité du fluide $\nu_f = 5.0 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$	176

4.17 Régime de cheminée fluidisée obtenu au bout de 20s de simulation avec une hauteur initiale $H_0 = 85.8 \text{ mm}$ et une viscosité du fluide $\nu_f = 5.0 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$.	176
4.18 Dépendance de la vitesse minimale de fluidisation U_c avec la hauteur d'empilement granulaire H_0 pour une viscosité du fluide $\nu_f = 5.0 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ et un diamètre d'injection $d_i = 8.0 \text{ mm}$. La courbe donnant le seuil de fluidisation pour différentes hauteurs d'empilement granulaire peut être approchée par une droite : $U_c = 0.859 H_0 - 0.0012$.	177
4.19 Rapport Re_0/Re_c en fonction de $(Re/Re_c - 1)$ en échelle log-log. Les droites correspondent à la relation $Re_0/Re_c = 0.75 (Re/Re_c - 1)^{3/5}$ pour une hauteur initiale d'empilement $H_0 = 85.8 \text{ mm}$ et $Re_0/Re_c = 0.95 (Re/Re_c - 1)^{3/5}$ pour une autre hauteur $H_0 = 53.8 \text{ mm}$.	178
4.20 Dépendance de la vitesse minimale de fluidisation U_c avec le diamètre d'injection d_i pour une hauteur d'empilement initiale $H_0 = 85.8 \text{ mm}$. La viscosité du fluide simulé est de $\nu_f = 5.0 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$. Le diamètre d'injection d_i est adimensionné par la largeur de l'empilement L .	179
4.21 Dépendance de la vitesse minimale de fluidisation U_c avec le diamètre d'injection d_i pour une autre valeur de la viscosité du fluide simulé $\nu_f = 2.0 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$. Le diamètre d'injection d_i est adimensionné par la largeur de l'empilement L .	180
4.22 Influence du diamètre d'injection d_i rapporté à la largeur L sur l'hydrodynamique de cavité obtenue avec une hauteur initiale de l'empilement $H_0 = 85.8 \text{ mm}$ et une viscosité du fluide $\nu_f = 5.0 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$.	181
4.23 Influence du diamètre d'injection d_i rapporté à la largeur L sur l'hydrodynamique de cavité obtenue avec une hauteur initiale de l'empilement $H_0 = 85.8 \text{ mm}$ et une viscosité du fluide $\nu_f = 2.0 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$.	181
4.24 Rapport $(U_c - U_c^h)/U_c^h$ en fonction de $(L/d_i - 1)$ en échelle log-log obtenu avec une hauteur initiale de l'empilement $H_0 = 85.8 \text{ mm}$ (SPL10).	182
4.25 Rapport $(U_c - U_c^h)/U_c^h$ en fonction de $(L/d_i - 1)$ en échelle log-log obtenu avec une hauteur initiale de l'empilement $H_0 = 53.8 \text{ mm}$ (SPL06).	182
4.26 Exposant α de la loi de puissance en $t_0(U) = T_0 \left(\frac{U}{U_c} - 1 \right)^{-\alpha}$ pour une hauteur initiale d'empilement $H_0 = 85.8 \text{ mm}$ (SPL10) et avec deux valeurs de viscosité.	183
4.27 Exposant α de la loi de puissance en $t_0(U) = T_0 \left(\frac{U}{U_c} - 1 \right)^{-\alpha}$ pour une hauteur initiale d'empilement $H_0 = 53.8 \text{ mm}$ (SPL06) et avec deux valeurs de viscosité.	184
4.28 Schéma représentatif du dispositif expérimental.	185
4.29 Diagrammes spatio-temporels typiques obtenus lors de la phase transitoire de déstabilisation par fluidisation homogène d'un empilement de sable initialement lâche (à gauche) ou dense (à droite).	187

4.30	Vitesses V_{hs} (surface supérieure de la couche ascendante solide) et V_{bs} (surface inférieure) en fonction de la vitesse moyenne de fluidisation $U = Q/S$ (où Q est le débit d'injection imposé par la pompe et S la section de la cellule). Les vitesses V_{hs} et V_{bs} peuvent être approchées respectivement par les droites : $V_{hs} = 1.018 U - 0.0682$ et $V_{bs} = 1.960 U - 0.557$	188
4.31	Influence de l'épaisseur de la cellule ($e = 4 \text{ mm}$ et $e = 5 \text{ mm}$) sur la vitesse V_{bs} de la surface inférieure en fonction de la vitesse moyenne de fluidisation U . La célérité de l'onde de porosité peut être approchée par les droites : $V_{bs} = 1.960 U - 0.557$ pour $e = 4 \text{ mm}$ et $V_{bs} = 1.191 U + 0.218$ pour $e = 5 \text{ mm}$	189
4.32	Vitesse d'érosion de masse V_ε déduit des valeurs de vitesses V_{hs} et V_{bs} mesurées lors des essais préliminaires.	190
4.33	Résultats expérimentaux de la fraction volumique ϕ occupée par les grains en fonction de la vitesse de fluidisation U de l'écoulement. Une approximation de cette variation est donnée par la loi de Richardson-Zaki de la forme $U/U_t = (1 - \phi)^{3.64}$ avec $U_t \approx 2.48 \text{ m.s}^{-1}$	190
4.34	Evolution de la hauteur du lit fluidisé au cours du temps pour différentes vitesses de fluidisation. Résultats numériques obtenus avec une viscosité de $2.0 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$ et un empilement de hauteur initiale $H_0 = 53.8 \text{ mm}$	192
4.35	Evolution de la hauteur maximale du lit fluidisé H_f adimensionnée par la hauteur d'empilement initial H_0 en fonction de la vitesse de fluidisation U . La viscosité du fluide est $2.0 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$	193
4.36	Résultats numériques de la variation de la fraction volumique ϕ occupée par les grains en fonction de la vitesse de fluidisation U pour un empilement dense de hauteur initiale $H_0 = 0.0858 \text{ m}$ et une viscosité du fluide de $2.0 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$. La courbe correspond à la loi $U/U_t = (1 - \phi)^n$ avec $U_t = 0.183 \text{ m.s}^{-1}$ et $n = 1.43$	194
4.37	Vitesses V_{hs} (surface supérieure de la couche ascendante solide) et V_{bs} (surface inférieure) en fonction de la vitesse de fluidisation U pour un empilement dense de hauteur initiale $H_0 = 0.0858 \text{ m}$ et une viscosité du fluide de $2.0 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$. Les vitesses V_{hs} et V_{bs} peuvent être approchées par des droites : $V_{hs} = 0.433 U - 2.795$ et $V_{bs} = 0.410 U - 0.030$	195
4.38	Vitesse d'érosion de masse V_ε déduit des valeurs de vitesses V_{hs} et V_{bs} obtenus par simulations numériques.	195
4.39	Illustration des trois régimes de fluidisation observés. Ces résultats ont été obtenus avec un empilement constitué de grains de 3 mm de diamètre, une hauteur initiale $H_0 = 16.7 \pm 0.1 \text{ cm}$ et un diamètre d'injection $d_i = 12 \text{ mm}$. Les débits seuil d'apparition d'une cavité fluidisée et d'une cheminée fluidisée sont respectivement $Q_{cav} \approx 32 \text{ cm}^3.\text{s}^{-1}$ et $Q_c \approx 48 \text{ cm}^3.\text{s}^{-1}$	196
4.40	Evolution du taux d'expansion caractéristique $V_0 = H_0/t_0$ en fonction du débit d'injection Q pour une seule buse d'injection. La courbe $V_0 = f(Q)$ peut être approchée par la droite : $V_0 = 0.52 (Q - Q_c^{1b})$ avec $Q_c^{1b} = 47.5 \text{ cm}^3.\text{s}^{-1}$	197

4.41	Illustration des étapes successives de la fluidisation d'un empilement immergé de billes de 3 mm et de hauteur initiale $H_0 = 16.7 \pm 0.1$ cm par injection à travers deux buses séparées d'une distance δ et pour un débit constant Q sélectionné au-dessus du seuil d'apparition d'une cheminée fluidisée : $\delta = 30$ mm.	198
4.42	Illustration des étapes successives de la fluidisation d'un empilement immergé de billes de 3 mm et de hauteur initiale $H_0 = 16.7 \pm 0.1$ cm par injection à travers deux buses séparées d'une distance δ et pour un débit constant Q sélectionné au-dessus du seuil d'apparition d'une cheminée fluidisée : $\delta = 180$ mm.	198
4.43	Illustration de la situation pour laquelle l'on observe une cheminée fluidisée et une cavité fluidisée au cours de la fluidisation d'un empilement immergée de hauteur initiale $H_0 = 16.7 \pm 0.1$ cm par injection à travers deux buses séparées d'une distance δ et pour un débit constant Q sélectionné au-dessus du seuil d'apparition d'une cheminée fluidisée : $\delta = 180$ mm.	199
4.44	Evolution du taux d'expansion caractéristique $V_0 = H_0/t_0$ en fonction du débit d'injection total Q pour deux valeurs δ_0 et $6\delta_0$ de l'écartement entre les buses d'injections simultanément ouvertes. Les courbes $V_0 = f(Q)$ peuvent être approchées par les droites : $V_0 = 0.25 (Q - Q_c^{2b}(\delta_0))$ avec $Q_c^{2b}(\delta_0) = 47.5$ cm ³ .s ⁻¹ et $V_0 = 0.17 (Q - Q_c^{2b}(6\delta_0))$ avec $Q_c^{2b}(6\delta_0) = 67.5$ cm ³ .s ⁻¹	200
4.45	Etapes successives de la fluidisation d'un empilement granulaire immergé de hauteur initiale $H_0 = 85.8$ mm par une injection localisée à travers deux buses séparées d'une distance $\delta = 28$ mm (diamètre d'injection $d_i = 14$ mm) et pour un débit Q constant pris au-dessus du seuil critique d'apparition d'une cheminée fluidisée.	201
4.46	Etapes successives de la fluidisation d'un empilement granulaire immergé de hauteur initiale $H_0 = 85.8$ mm par une injection localisée à travers deux buses séparées d'une distance $\delta = 84$ mm (diamètre d'injection $d_i = 14$ mm) et pour un débit Q constant pris au-dessus du seuil critique d'apparition d'une cheminée fluidisée.	202
4.47	Evolution du taux d'expansion V_0^{2b} en fonction du débit Q pour différentes valeurs de l'écartement δ : $\delta_0 = 14$ mm (●), $\delta_1 = 22$ mm (◆), $\delta_2 = 28$ mm (▲) et $\delta_3 = 42$ mm (■).	203
4.48	Allures des cheminées fluidisées en régime stationnaires obtenues pour les viscosités du fluide $5.0 \cdot 10^{-5}$ m ² .s ⁻¹ (colonne de gauche) et $2.0 \cdot 10^{-6}$ m ² .s ⁻¹ (colonne de droite) pour des diamètres d'injections $d_i/L = 0.036$ (haut), $d_i/L = 0.072$ (milieu) et $d_i/L = 0.36$ (bas).	206
4.49	Allures des cavités fluidisées en phase d'expansion obtenues pour les viscosités du fluide $5.0 \cdot 10^{-5}$ m ² .s ⁻¹ (colonne de gauche) et $2.0 \cdot 10^{-6}$ m ² .s ⁻¹ (colonne de droite) pour des diamètres d'injections $d_i/L = 0.036$ (haut), $d_i/L = 0.072$ (milieu) et $d_i/L = 0.36$ (bas).	207

Liste des tableaux

2.1	Pondération de la fonction d'équilibre et vitesses discrètes du modèle D2Q9.	79
2.2	Variables physiques et adimensionnelles sur réseau.	79
2.3	Localisation des vortex dans la cavité pour des valeurs faibles du nombre de Reynolds ($Re = 100, 400$ et 1000). Comparaison des résultats expérimentaux et numériques.	103
2.4	Localisation des vortex dans la cavité pour des valeurs élevées du nombre de Reynolds ($Re = 3200, 5000$ et 7500). Comparaison des résultats expérimentaux et numériques.	103
2.5	Localisation des zones de recirculation X_r , X_s et X_{rs} pour différentes valeurs du nombre de Reynolds.	108
4.1	Caractéristiques des échantillons granulaires numériques.	159
4.2	Paramètres de simulation DEM-LBM utilisés pour l'étude de la fluidisation localisée d'une couche granulaire immergée.	160
4.3	Récapitulatif des paramètres physiques utilisés dans les simulations numériques.	166
4.4	Paramètres (Ω , n , U_c^h) issus des résultats de simulations numériques.	183
4.5	Paramètres de simulation DEM-LBM utilisés pour l'étude de l'interaction entre deux cavités fluidisées en fonction de leur écartement.	201

Introduction

Introduction

Contexte et problématique

La question des risques liés à l'érosion des sols, et plus généralement des milieux granulaires, demeure un sujet de recherche très actif, en raison des enjeux environnementaux et industriels associés. Dans le contexte spécifique de la sûreté des ouvrages hydrauliques en remblai, de type digues ou barrages, les mécanismes d'érosion sont la principale cause de ruptures de ces ouvrages dont la fonction est de retenir ou de stocker de l'eau. L'ouvrage hydraulique conçu pour retenir l'eau doit pourvoir maintenir cette fonction au cours du temps face à cette énergie hydraulique, apte à profiter de la moindre faille pour se libérer et, dans certains cas, engendrer la rupture. La France compte des milliers de barrages de toutes tailles, environ 8000 km de digues de protection contre les inondations, près de 7000 km de voies d'eau navigables endiguées et 1000 km de digues d'aménagement hydroélectrique et de grands canaux d'irrigation. Si la première caractéristique du patrimoine français est son ampleur, la seconde est l'ancienneté du parc : la majorité des digues sont âgées de plus d'un siècle, et la plus grande partie des barrages ont plus d'un demi-siècle. Il n'y a pratiquement pas d'année sans rupture d'un ouvrage. Plus de 70 cas d'incidents ont été recensés en 25 ans par le Comité Français des Grands Barrages : Aude (1999), Gard (2002), Rhône aval (2003), la tempête Xynthia (2010) pour ne citer que les plus récentes ou les plus marquantes. Au niveau international, les nombreuses ruptures de digues de la Nouvelle Orléans lors de la tempête Katrina (2005) restent dans les mémoires. Les conséquences peuvent être dramatiques en termes de vies humaines, de dégâts matériels et de pertes économiques. Au vu de leurs impacts sociétaux, la connaissance, la compréhension et l'anticipation des mécanismes d'érosion constituent donc un enjeu essentiel pour les acteurs publics.

La rupture de tels ouvrages peut être causée par plusieurs facteurs potentiellement destructeurs. L'érosion interne est l'une des causes principales de ruptures d'ouvrages hydrauliques en remblai. Deux conditions régissent ce type d'érosion : l'arrachement et le transport des particules. Ainsi, on définit l'érosion interne comme la migration des particules sous l'effet d'un écoulement hydraulique. Cette migration d'éléments constitutifs du sol de fondation ou du corps de l'ouvrage engendre des modifications de ses caractéristiques hydrauliques et mécaniques. Par exemple, une modification de la perméabilité de l'ouvrage peut créer une perte d'étanchéité ou générer une surpression interstitielle, pouvant alors entraîner à long terme la rupture de l'ouvrage. Son développement est progressif car, en règle générale, ces mécanismes s'initient localement

et lentement, puis se propagent avec une dynamique de plus en plus rapide. L'érosion interne se déroule à l'intérieur de l'ouvrage ou de la fondation. Il n'est donc pas facile de l'identifier tant que le phénomène n'a pas suffisamment progressé pour être visible et détectable par les appareils de mesures ou une inspection visuelle approfondie par le gestionnaire de l'ouvrage.

On distingue quatre types d'érosion interne : l'érosion régressive, l'érosion de contact, la suffusion et l'érosion de conduit [17; 18]. L'érosion régressive est le résultat de l'arrachement de particules du sol lorsque l'infiltration qui traverse les fondations de l'ouvrage est suffisamment intense pour pouvoir initier de la boulangerie en pied d'ouvrage, c'est-à-dire une fluidisation localisée de la couche superficielle. Pour des conditions suffisamment défavorables, le sol de fondation est érodé et transporté à l'extérieur, creusant ainsi progressivement un conduit sous le corps de l'ouvrage, de façon régressive, de l'aval vers l'amont. L'érosion de contact concerne deux couches de sol de granulométries différentes. Elle se produit dans la situation où un écoulement à travers une couche de sol grossier provoque l'érosion de particules à la surface d'une couche adjacente de sol fin. Une fois érodées, les particules fines sont transportées à travers les pores et les constriction de la couche grossière. La suffusion, ou érosion volumique, est le processus de détachement sélectif de transport des particules fines à travers la matrice granulaire, dégradant ainsi ses caractéristiques mécaniques. Enfin, l'érosion de conduit correspond à l'érosion de particules de sol le long des parois d'un conduit où transite un écoulement hydraulique intense et turbulent, lequel conduit se forme généralement à partir d'un défaut préexistant (fissure, terrier, racines, conduite traversante...) ou suite au développement préalable de l'un des autres mécanismes évoqués.

L'érosion interne d'un ouvrage en remblai (digues, levées, barrages) est donc causée par un écoulement fluide (ici l'eau) au sein du corps de l'ouvrage ou des fondations lorsque les forces hydrodynamiques exercées par l'écoulement fluide sont suffisantes pour pouvoir déstabiliser, au moins partiellement, la structure interne du sol et ainsi arracher les particules et les transporter au sein d'un chemin préférentiel de moindre résistance hydraulique. La compréhension de la physique intrinsèque de ces mécanismes dans les ouvrages hydrauliques a fait l'objet de nombreuses études, mais reste encore à approfondir, du moins sous une forme quantitative. Ces travaux de recherches pluridisciplinaires impliquent de nombreuses communautés scientifiques, notamment celles de la mécanique des sols ou de la géophysique. Leur objectif est de fournir des relations entre les échelles microscopique et macroscopique du mélange fluide-particules, de déterminer des lois rhéologiques et leur origine physique à l'échelle du grain, et de mieux appréhender les interactions entre les phases en présence. Contrairement aux fluides classiques décrits par les équations de Navier Stokes, la rhéologie des matériaux granulaires immergés est beaucoup plus complexe. En effet, l'écoulement des milieux granulaires en présence d'un fluide interstitiel est un domaine de recherche vaste qui regroupe les difficultés inhérentes aux milieux granulaires (entre fluide et solide) et celles relevant des suspensions particulières. Les grains en écoulement dans un fluide subissent à la fois des interactions de contact et des interactions hydrodynamiques. Ces écoulements dépendent ainsi de nombreux paramètres liés d'une part à l'écoulement fluide interstitiel et d'autre part

aux particules qui sont transportées. Une connaissance détaillée des caractéristiques de l'écoulement du liquide, des mouvements des particules solides, et surtout de leurs interactions est donc indispensable pour la compréhension de ces phénomènes.

L'interaction fluide-particules sous l'action d'un écoulement interne constitue la problématique centrale de ce travail de thèse. L'étude des mécanismes d'érosion interne et d'instabilités induites par l'eau en écoulement dans les ouvrages en remblai est un exemple de problème d'origine hydromécanique. Dans ce contexte, les travaux présentés dans ce mémoire de thèse portent sur une étude numérique et expérimentale du comportement des milieux granulaires immergés au sein duquel la présence d'un écoulement liquide interne induit des contraintes supplémentaires dans le milieu, qui sont susceptibles de modifier sa structure interne, son comportement mécanique et ainsi donner naissance à ces instabilités hydromécaniques au sein même de la structure granulaire. Ce mécanisme de déstabilisation d'une couche granulaire immergée par un écoulement interne est analogue aux mécanismes initiateurs d'érosion régressive dans le corps ou la fondation des ouvrages hydrauliques, il n'est en effet pas rare d'observer *in situ* des zones localement fluidisées en pied aval des ouvrages appelées aussi "sandboils".

Objectifs et démarche

Ce travail de thèse est plus précisément consacré à l'étude de l'initiation et du développement d'instabilités hydromécaniques de type fluidisation verticale dans un milieu granulaire modèle soumis à un écoulement liquide interne. Pour cela, une méthode expérimentale et un modèle de simulation numérique directe ont été développés. L'objectif de l'étude expérimentale est d'observer et d'analyser le développement spatio-temporel et l'état stationnaire atteint par une couche de grains fluidisée localement. La fluidisation est provoquée par un écoulement liquide à la base de l'empilement granulaire à travers une section de petite taille au regard des dimensions du système. La méthode iso-indice couplée à la technique de fluorescence induite par laser ont été déployées pour permettre des analyses fines. La modélisation numérique permet de pallier à la difficulté de mesurer expérimentalement les mouvements collectifs complexes issus des interactions entre grains. Un modèle de couplage hydromécanique de deux méthodes particulières, l'une traitant la partie fluide et l'autre relative à la partie solide, permet de calculer les interactions hydrodynamiques entre le fluide et les particules et les interactions de contact inter-grains. Ce modèle est ensuite utilisé pour simuler les écoulements fluide-particules. Il est basé sur le couplage de la Méthode des Éléments Discrets (DEM) de type Dynamique Moléculaire pour simuler le comportement mécanique d'un ensemble de grains en interaction et la Méthode Lattice Boltzmann (LBM) pour la prise en compte de l'hydrodynamique du fluide interstitiel. Le volet numérique a constitué la plus grande part de cette contribution.

Organisation du mémoire

Ce mémoire de thèse s'organise en trois parties principales. La première partie qui correspond au chapitre 1 décrit le contexte scientifique de l'étude. Elle présente dans

un premier temps le rôle de la fluidisation dans les mécanismes d'érosion interne dans le cadre des ouvrages hydrauliques puis, plus généralement dans les milieux granulaires. Dans un second temps, les bases physiques et hydrodynamiques des écoulements fluide-particules sont présentées, ainsi que les méthodes numériques associées. Enfin, une synthèse bibliographique du couplage hydromécanique des écoulements fluide-particules sera abordée, et notamment le phénomène dynamique de fluidisation localisée dans les milieux granulaires immergés.

La seconde partie, qui contient les chapitres 2 et 3, présente l'ensemble des méthodes numériques et expérimentales développées dans le cadre de ce travail. Ainsi, le chapitre 2 est consacré aux deux approches numériques utilisées. Les éléments théoriques et les aspects fondamentaux de ces méthodes sont explicités. Les détails techniques et une analyse paramétrique relative au problème de couplage entre la méthode Lattice Boltzmann et la méthode des éléments discrets sont décrits. La validation du modèle numérique sur des problèmes classiques de mécanique des fluides et d'écoulements fluide-particules est présentée en fin de chapitre. Le chapitre 3 est consacré à la description de la méthodologie employée et au cadre général du travail réalisé, aussi bien du point de vue de l'étude expérimentale que de celui de l'approche numérique. Une présentation du dispositif, des techniques et protocoles expérimentaux utilisés, la configuration étudiée dans la modélisation numérique ainsi que les adaptations spécifiques liées au choix d'une simulation bidimensionnelle sont décrites de manière détaillée. Enfin, les méthodes développées notamment en termes de post-traitement des données issues des expériences et des simulations numériques y sont présentées.

La dernière partie aborde, au sein du chapitre 4, les études expérimentale et numérique de la déstabilisation d'un milieu granulaire immergé par fluidisation, permettant de reproduire les mécanismes d'initiation du phénomène d'érosion régressive dans une fondation d'ouvrage hydraulique en remblai. Ce chapitre propose d'abord une étude de la dynamique transitoire de croissance de ce type d'instabilité au sein d'un sol granulaire modèle. Nous présentons tout au long de ce chapitre les résultats d'une comparaison entre expériences issues de la littérature et notre simulation numérique qui permet une étude paramétrique plus large. Peuvent ainsi être modifiées la hauteur initiale de l'empilement, la viscosité du fluide, la vitesse de l'écoulement à la base de l'empilement à travers une section de petite taille et la dimension de cette section d'injection. On s'intéresse en particulier à leurs influences respectives sur la vitesse critique au seuil de fluidisation et à l'obtention de lois d'échelles pertinentes pour le seuil et la cinétique de déstabilisation. De plus, une étude originale du régime transitoire de fluidisation homogène d'un empilement granulaire dense est présentée. Pour finir, Une étude de l'interaction entre deux cavités fluidisées en fonction de leur écartement est également abordée parallèlement par la modélisation numérique et par des expériences. Le chapitre se termine par une discussion et une synthèse des principaux résultats obtenus.

Première partie

Synthèse bibliographique

Chapitre 1

Etat de l'art

Introduction

Dans ce chapitre on s'attachera à préciser le cadre de l'étude et les motivations de ces travaux. La question du rôle de la fluidisation dans le processus d'érosion interne dans le cadre des ouvrages hydrauliques sera abordée dans la section 1.1. La question des risques naturels liés à l'érosion des sols demeure un thème très actif. Beaucoup d'interrogations demeurent et les mécanismes physiques qui entrent en jeu dans le phénomène d'érosion des sols, mécanisme majeur à l'origine des désordres ou des ruptures d'ouvrages, sont encore insuffisamment compris à l'heure actuelle. Ainsi, par souci de sûreté de ces ouvrages et de protection de l'environnement, de nombreux programmes de recherche sur l'érosion des sols ont vu le jour, parmi lesquels on peut citer le projet européen Flood-Probe, le groupe européen sur l'érosion interne au sein de l'ICOLD (International Committee of Large Dams) ou encore le projet national ERINOH (Erosion Interne des Ouvrages Hydrauliques). Des besoins de recherches expérimentales, numériques et analytiques complexes, liés aux couplages multi-échelles et multi-physiques, sont notamment nécessaires pour mieux comprendre les mécanismes physiques d'interaction fluide-grains au cœur du problème de l'érosion hydromécanique dans les milieux granulaires immergés. La section 1.2 sera consacrée aux milieux granulaires en interaction directe ou via un fluide interstitiel selon leur fraction volumique. Une description des mécanismes à l'échelle d'une particule seule dans un fluide environnant sera d'abord présentée, puis celle d'un milieu poreux et enfin le cas des suspensions granulaires, situation intermédiaire entre les deux cas limites précédents. Une liste non exhaustive des différentes méthodes numériques existantes pour la modélisation d'interaction fluide-grains sera présentée dans la section 1.3. Et pour finir, dans la section 1.4, une synthèse bibliographique du couplage hydromécanique fluide-grains dans les granulaires immergés est menée, notamment autour de la fluidisation localisée d'une couche de grains (sols, sédiments, roches, etc.) qui a pu être observée et étudiée en détails dans plusieurs configurations.

1.1 Rôle de la fluidisation dans le processus d'érosion interne

L'érosion interne d'un sol granulaire est le mécanisme majeur responsable de la rupture des ouvrages hydrauliques en terre. Ce phénomène ne se développe que si deux conditions sont réunies : l'arrachement des particules et leur transport à travers tout ou partie de l'ouvrage. Les mécanismes responsables de l'érosion interne sont complexes, évolutifs, et dépendent de plusieurs paramètres qui peuvent être couplés. Actuellement, on considère qu'il est possible de distinguer quatre processus d'érosion interne différents : l'érosion régressive, l'érosion de contact, la suffusion et l'érosion de conduit [17; 18; 19]. Certains ouvrages de génie civil, comme les barrages en terre ou les digues, sont ainsi susceptibles de s'éroder par un ou plusieurs de ces processus d'érosion interne jusqu'à la formation d'un conduit débouchant à l'aval de l'ouvrage. Ce conduit se développe sous l'action un écoulement hydraulique interne pouvant, après infiltration, traverser la structure de l'ouvrage ou ses fondations. Dans la suite, on s'intéressera à l'érosion régressive et plus spécifiquement à l'un des mécanismes précurseurs de ce processus : la fluidisation localisée.

L'écoulement hydraulique d'infiltration dans les fondations génère à l'aval de l'ouvrage une surpression au-dessous de la couche de sol superficielle. Dans le cas d'un sol cohésif, il y a soulèvement global de la structure granulaire et éventuellement fracturation hydraulique. Pour les sols granulaires non cohésifs, les particules sont mises en mouvement par fluidisation, également appelée boulangerie en mécanique des sols. La boulangerie, ou l'annulation de la contrainte effective par gradient hydraulique, est l'état d'un volume de sol dans lequel les particules flottent, entourées d'une phase liquide continue, sous l'action de la pression d'eau qui peut être dynamique (écoulement de fluide interstitiel) ou statique (on parle alors de liquéfaction). Aux tous premiers instants de la création d'une fuite à l'aval de l'ouvrage, l'écoulement interne souterrain, sous l'effet d'un gradient de pression suffisamment élevé, va localement fluidiser le sol et former des cheminées verticales, débouchant éventuellement à la surface. Elles sont souvent appelées « sandboil » ou « sand volcano ». La fluidisation localisée d'un sol granulaire est donc un mécanisme précurseur de la formation d'une cavité qui peut ensuite se développer progressivement de l'aval vers l'amont et éventuellement mener à la rupture partielle ou totale de l'ouvrage. La Figure 1.1 illustre le processus de développement par étapes de l'érosion régressive dans les fondations d'un ouvrage hydraulique en terre. Des indicateurs de ces "sandboils" observés in situ sont présentés sur la Figure 1.2.

La déstabilisation par fluidisation d'un sol granulaire sous l'action d'un écoulement hydraulique interne est un problème d'interaction fluide-solide complexe, avec équilibre statique de la phase solide, puis déformation et mise en suspension de cette phase par sollicitations hydrodynamiques dues à l'écoulement. Ce dernier peut atteindre des nombres de Reynolds élevés induisant ainsi des phénomènes de turbulence. Avant de nous intéresser à la fluidisation localisée d'une couche granulaire superficielle proprement dite, il est utile de présenter les mécanismes physiques élémentaires d'interaction fluide-grains.

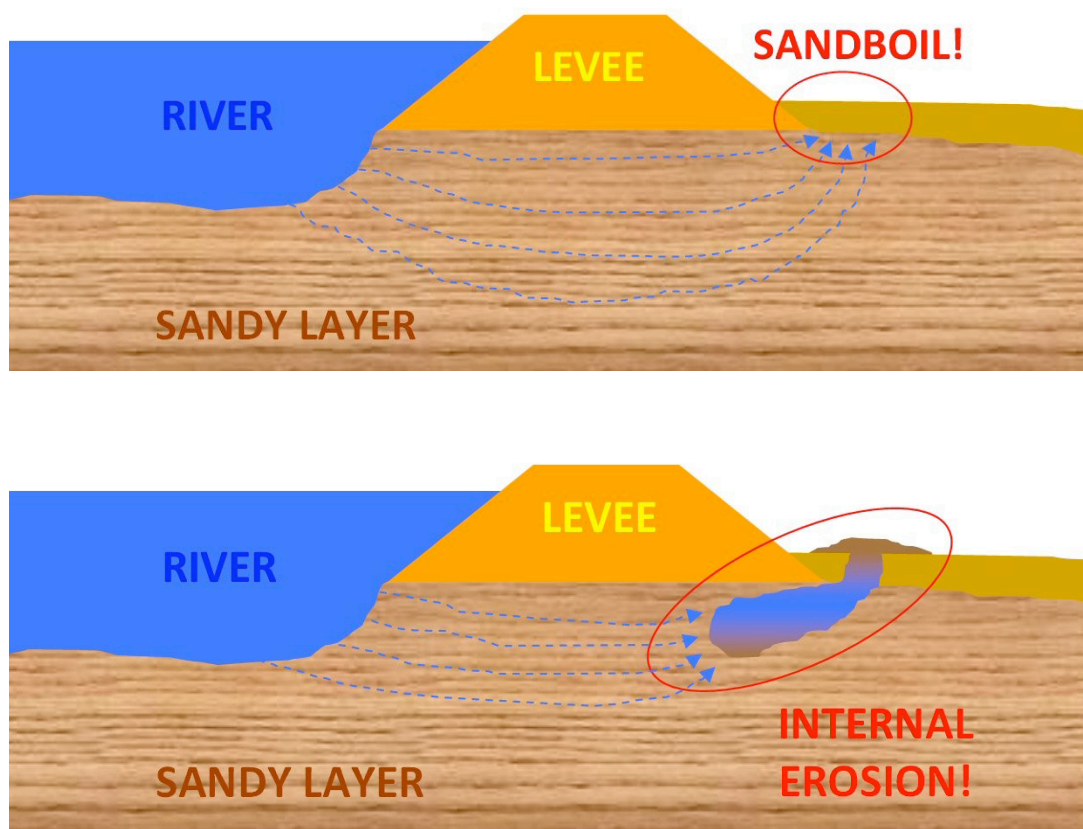


FIGURE 1.1 – Erosion régressive dans les ouvrages hydrauliques en terre.



FIGURE 1.2 – Phénomènes de "Sandboil" en milieux naturels.

1.2 Interaction fluide-grains

L'interaction fluide-solide vise à étudier les mécanismes physiques qui couplent les mouvements simultanés des fluides et des solides. La réponse du solide peut être fortement affectée par l'action du fluide et vice versa. L'étude de ce type d'interaction quand la phase solide est constituée de grains, est motivée par le fait que les phénomènes résultants sont parfois à l'origine de l'apparition d'instabilités hydromécaniques. Le fluide est caractérisé par son champ de vitesse et de pression. Il exerce des forces (aérodynamiques ou hydrodynamiques) sur l'interface du solide qui peut se déplacer et éventuellement se déformer sous leurs actions. Le déplacement ou la déformation du solide affecte, au moins localement, le champ de l'écoulement. Cette retroaction des interactions entre le fluide et le solide est une caractéristique intrinsèque du couplage entre les deux milieux.

Pour une meilleure compréhension des mécanismes physiques d'interactions fluide-particules dans les matériaux granulaires immergés, nous allons dans un premier temps nous intéresser, dans un but pédagogique, au cas simple des interactions d'une seule particule avec son environnement fluide. Nous détaillerons ensuite les bases de la description macroscopique des écoulements de fluide en milieux poreux. Et pour finir, la dernière partie de cette section sera consacrée à l'hydrodynamique des suspensions granulaires.

1.2.1 Contexte général

Il existe dans la nature une grande variété de phénomènes mettant en jeu à la fois des fluides, principalement de l'eau et l'air, et des matériaux granulaires constitués principalement de particules solides. Le couplage de ces milieux soulève un grand nombre de questions au vue de la complexité des mécanismes physiques mis en jeu, mais aussi de la diversité des situations dans lesquelles ils apparaissent. La problématique du couplage fluide-grains se retrouve dans la compréhension de nombreux phénomènes naturels, notamment en géophysique, tels que le transport sédimentaire, les écoulements pyroclastiques, les avalanches de débris, de neige, les coulées de boues, les glissements de terrain, l'érosion des sols, les dunes de sables, les anneaux de Saturne, etc. Quelques exemples de phénomènes naturels d'interaction fluide-particules sont illustrés à la Figure 1.3.

La physique des problèmes d'interactions fluide-grains est fortement liée à la nature des interactions de contact et aux frottements des particules solides entre elles mais aussi avec leur environnement (liquide ou gazeux). Par exemple, lorsqu'une particule isolée sédimente dans un fluide au repos, les seules contraintes exercées sur la dite particule sont les forces hydrodynamiques. De plus, le régime d'écoulement (laminaire ou turbulent) joue un rôle important sur la dynamique de celle-ci. En régime turbulent, nous pouvons clairement observer des recirculations en aval de la particule (i.e les allées tourbillonnaires de Von-Karman) [20].

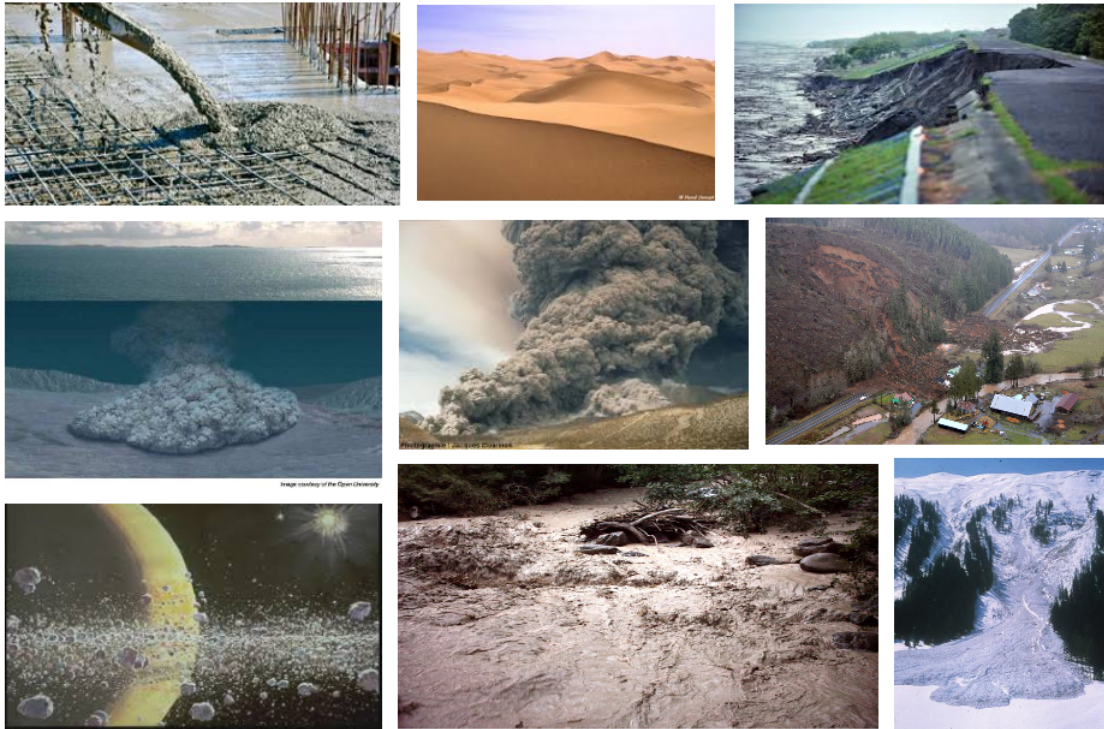


FIGURE 1.3 – Quelques exemples de phénomènes naturels d'interaction fluide-grains.

Cependant, lorsque deux ou plusieurs particules sédimentent de concert, le mouvement de chacune des particules modifie celui de toutes les autres. En plus des interactions hydrodynamiques exercées sur les particules, les interactions de contact entre elles peuvent également jouer un rôle important dans le processus sédimentaire de la suspension. Ce domaine d'étude, qui présente un grand intérêt industriel, recouvre un champ extrêmement vaste qui peut aussi bien concerner les écoulements de fluide en milieux poreux que les lits fluidisés, où les particules sont mis en mouvement sous l'action d'un écoulement interstitiel. Dans la suite, nous nous intéresserons pratiquement toujours aux matériaux granulaires immergés.

1.2.2 Particule seule en interaction avec un fluide environnant

Le comportement des matériaux granulaires secs se trouve très fortement modifié en présence d'un fluide interstitiel. On distingue pour cela deux types d'influence. D'une part, le fluide peut être en écoulement par rapport aux grains, qui eux sont immobiles. C'est le cas par exemple du transport sédimentaire ou de l'écoulement d'un fluide au travers d'un milieu poreux. D'autre part, le fluide peut être entraîné en mouvement avec les grains comme c'est le cas des suspensions denses ou des avalanches sous-marines. Les processus dissipatifs au sein de tels écoulements sont alors influencés et contrôlés dans nombre de cas par le fluide. Afin de mieux appréhender le mouvement d'ensemble des grains, résultant de l'adaptation d'un grain à la présence de tous les autres, nous partirons du cas le plus simple, un seul grain dans un écoulement stationnaire et uniforme, pour ensuite discuter des forces hydrodynamiques s'exerçant sur une particule isolée dans les

écoulements plus complexes.

Considérons un grain sphérique de diamètre d , de volume \mathcal{V}_g et de surface \mathcal{S}_g . Les forces extérieures agissant sur le grain proviennent de l'action du fluide et s'expriment sous la forme :

$$\sum \vec{\mathcal{F}}_{ext} = \int_{\mathcal{S}_g} (-p\vec{n} + \bar{\bar{\sigma}}_f \cdot \vec{n}) ds \quad (1.1)$$

où \vec{n} est la normale extérieure à \mathcal{S}_g . $\bar{\bar{\sigma}}_f$ et p sont respectivement le tenseur des contraintes et la pression du fluide. Plus concrètement, l'action du fluide est définie comme la somme de plusieurs forces extérieures. Nous allons cependant décrire chaque force considérée individuellement. Sans rentrer dans les détails, nous nous contenterons dans la suite de ne donner que les principaux résultats concernant les interactions hydrodynamiques.

Force de traînée \vec{F}_d

Considérons un grain en mouvement à une vitesse constante \mathbf{u}^p par rapport à un fluide immobile¹ de densité ρ_f et de viscosité η . La dynamique de l'écoulement est contrôlée par un seul nombre sans dimension, le nombre de Reynolds particulaire Re comparant les effets inertiels aux effets visqueux et défini par :

$$Re = \frac{\rho_f \mathbf{u}^R d}{\eta} = \frac{\mathbf{u}^R d}{\nu} \quad (1.2)$$

où $\nu = \eta/\rho_f$ est la viscosité cinématique.

La force de traînée représente les frottements entre le fluide et le grain et se manifeste sous la forme d'une dissipation d'énergie au cours du mouvement. Son expression est donnée par la relation :

$$\vec{F}_d = \frac{1}{2} \rho_f C_D (Re) \mathcal{S}_a |\mathbf{u}^R| \mathbf{u}^R \quad (1.3)$$

où $\mathbf{u}^R = \mathbf{u}^p - \mathbf{u}^f$ est la vitesse relative entre le grain et le fluide, \mathcal{S}_a est la section géométrique qu'offre la particule à l'écoulement et C_D le coefficient de traînée. Ce coefficient de traînée C_D est une fonction du nombre de Reynolds particulaire et peut être exprimé à l'aide de formules empiriques.

Si $Re \ll 1$, la force de traînée, appelée force de Stokes dans cette limite, s'écrit alors :

$$\vec{\mathbf{F}}_{stokes} = -3\pi\eta d \mathbf{u}^R. \quad (1.4)$$

Le coefficient de traînée C_D est donc donné par :

$$C_D = \frac{24}{Re} \quad (1.5)$$

et on définit la vitesse limite de chute encore appelé vitesse de Stokes :

1. Le fluide est initialement au repos d'où : $\mathbf{u}^f = 0$

$$u_t = \frac{(\rho_p - \rho_f)}{\rho_f} \frac{g d^2}{18 \nu} \quad (1.6)$$

A l'opposé, dans le régime inertiel, où $Re \gg 1$ le coefficient de traînée vaut approximativement $C_D = 0.44$ comme on le verra plus loin et la vitesse terminale de chute d'une particule isolée u_t s'écrit alors :

$$u_t = \sqrt{3.03 g d \frac{(\rho_p - \rho_f)}{\rho_f}} \quad (1.7)$$

A partir de la vitesse terminale de chute d'une particule isolée u_t et des paramètres physiques de la particule et du fluide, on définit les nombres sans dimensions que sont le nombre de Reynolds terminal Re_t et le nombre d'Archimède Ar^2 associés :

$$Re_t = \frac{d u_t \rho_f}{\nu}, \quad Ar = \frac{g d^3 (\rho_p - \rho_f)}{\nu^2} \quad (1.8)$$

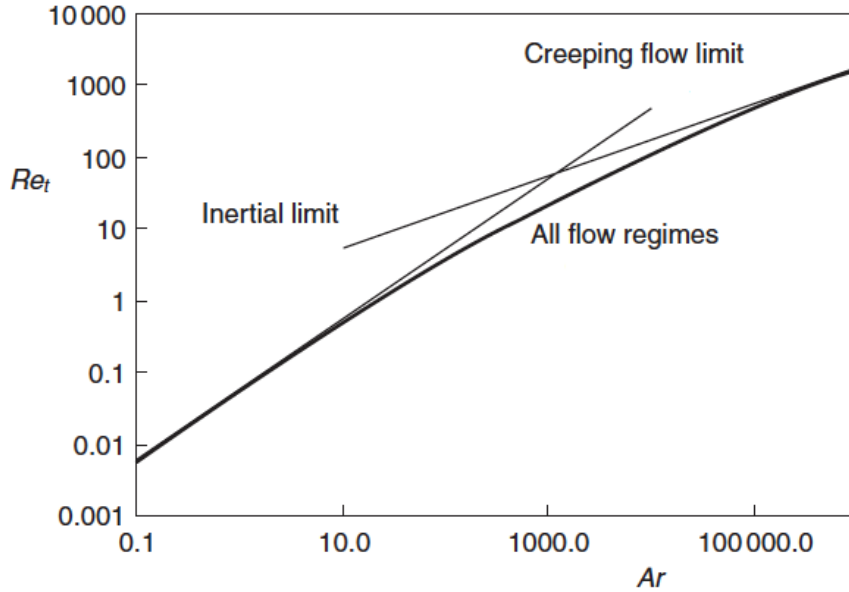


FIGURE 1.4 – Le nombre de Reynolds terminal en fonction du nombre d'Archimède. Figure extraite de Gibilaro [1].

Une relation empirique pour le nombre de Reynolds terminal Re_t en fonction du nombre d'Archimède permet de caractériser les différents régimes d'écoulements [1] :

$$Re_t = \left[-3.809 + (3.809 + 1.832 Ar^{0.5})^{0.5} \right]^2 \quad (1.9)$$

2. Le nombre d'Archimède Ar , qui caractérise le rapport entre les forces gravitationnelles, les forces d'inertie et les forces visqueuses, est aussi égale au carré du nombre de Galilée Ga , plus couramment utilisé dans certaines disciplines : $Ar = Ga^2$

De très nombreuses études ont été réalisées sur le cas d'un grain isolé afin de proposer des relations empiriques pour le coefficient de traînée en fonction du régime d'écoulement.

Une expression couramment employée est celle de Schiller et Neumann [1] :

$$C_D = \frac{24}{Re} [1 + 0.15 Re^{0.786}] \quad Re < 10^3 \quad (1.10)$$

Newton également proposa une expression simplifiée du coefficient $C_D = 0.44$ pour une sphère rigide ainsi que celle de la force de traînée exercée sur cette dernière dans le cas d'écoulement turbulent pour des nombre de Reynolds $10^3 < Re < 5 \cdot 10^5$:

$$\mathbf{F}_d = 0.173 \rho_f d^2 \mathbf{u}^2 \quad (1.11)$$

Notons que la loi ci-dessous, proposée par Dallavalle [1], permet de décrire correctement l'évolution de C_D avec le nombre de Reynolds Re tout en donnant les expressions attendues dans les deux cas limites $Re \ll 1$ et $10^3 < Re < 5 \cdot 10^5$:

$$C_D = [0.63 + 4.8 Re^{-0.5}]^2 \quad (1.12)$$

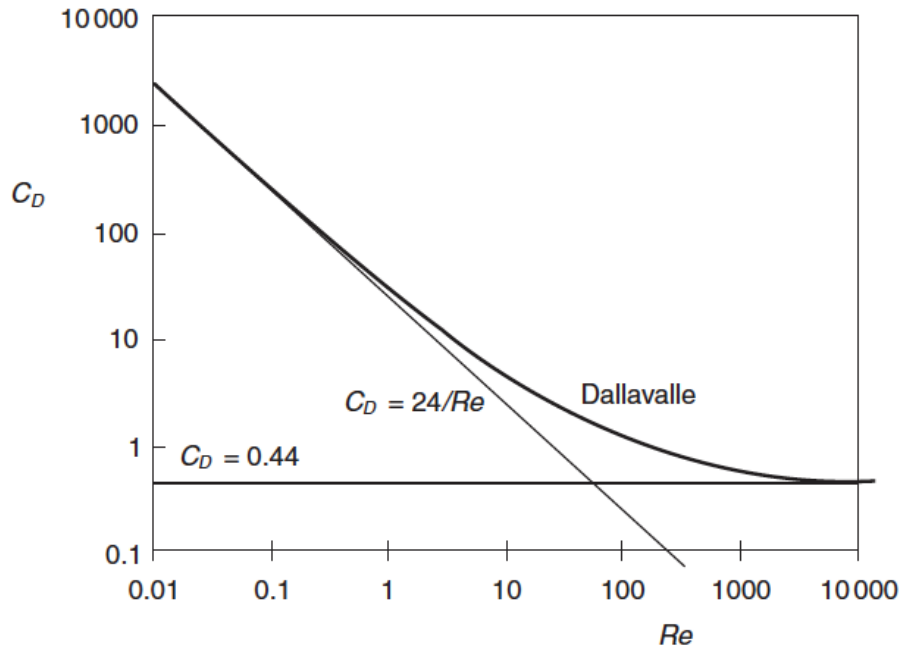


FIGURE 1.5 – Coefficient de traînée en fonction du nombre de Reynolds particulaire pour une sphère lisse. Figure extraite de Gibilaro [1].

Force d'Archimède \vec{F}_a

La poussée d'Archimède est la force particulière que subit un corps plongé, totalement ou en partie, dans un fluide (liquide ou gaz) soumis à son champ de gravité. Cette force

est la résultante des contraintes qui se seraient exercées sur la particule si celle-ci avait été fluide, sans tenir compte des perturbations de l'écoulement créées par la particule. Cette force est définie comme l'intégrale surfacique des contraintes fluides sur la particule :

$$\vec{F}_a = \oint \sigma^f \cdot ds = \int \text{div} \sigma^f dV \quad (1.13)$$

où σ_{ij}^f est le tenseur des contraintes du fluide non perturbé. En se servant de l'équation de la dynamique du fluide non perturbé, la poussée d'Archimède \vec{F}_a est donc égale à :

$$\vec{F}_a = -\rho_f \mathcal{V}_p \vec{g} \quad (1.14)$$

où \mathcal{V}_p est le volume de la particule.

C'est à partir de cette force qu'on définit la force de flottaison d'un corps qui n'est rien d'autre que la force de gravité déjaugée de la poussée d'Archimède :

$$\vec{F}_{\text{flottaison}} = \vec{F}_a + m_p \vec{g} = (\rho_p - \rho_f) \mathcal{V}_p \vec{g} \quad (1.15)$$

où ρ_p est la densité de la particule.

Force de masse ajoutée \vec{F}_{ma}

Cette force apparaît quand il existe une accélération relative entre le fluide et la particule. Lorsque, par exemple, une particule accélère dans un fluide au repos, celle-ci entraîne dans son mouvement le fluide qui l'entoure. Cette force sert donc à accélérer le fluide autour de la particule. L'inertie du fluide s'ajoute ainsi à l'inertie de la particule elle-même. Dans le cas du déplacement d'une particule à la vitesse \mathbf{u}^p dans un mouvement uniforme d'un fluide visqueux \mathbf{u}^f , la force de masse ajoutée s'écrit :

$$\vec{F}_{ma} \simeq \rho_f \mathcal{V}_p \mathcal{C}_{ma} \left(\frac{d\mathbf{u}^p}{dt} - \frac{d\mathbf{u}^f}{dt} \right) \quad (1.16)$$

où \mathcal{C}_{ma} est le coefficient de masse ajoutée. Celui-ci dépend de la géométrie des particules et vaut pour une particule sphérique :

$$\mathcal{C}_{ma} = \frac{1}{2} \quad (1.17)$$

Force d'histoire ou de Basset \vec{F}_b

Cette force résulte de l'effet de la viscosité du fluide. Lorsque la particule subit une accélération, le fluide réagit avec un certain retard à cause de la viscosité qui diffuse la quantité de mouvement. Ce décalage crée donc une force qui agit tant que le fluide n'a pas atteint son état d'équilibre. La force de Basset est donc proportionnelle au temps écoulé depuis la phase d'accélération de la particule. On peut la décrire ainsi donc comme une fonction de transfert temporelle. Les travaux de Basset [208] ont montré que cette force s'exprime dans le cas d'une sphère solide comme :

$$\vec{F}_b = 3\pi\eta d \int \mathcal{K}(\tau) \left(\frac{d\mathbf{u}^p}{dt} - \frac{d\mathbf{u}^f}{dt} \right) (t - \tau) d\tau \quad (1.18)$$

où le noyau de convolution $\mathcal{K}(\tau)$ est une fonction sans dimension. A bas nombre de Reynolds, le noyau $\mathcal{K}(\tau)$ traduisant des corrélations aux temps longs est donné par la relation :

$$\mathcal{K}(\tau) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \frac{d}{\sqrt{\nu\tau}} \quad (1.19)$$

Dans la plupart des cas, cette force est négligée notamment à cause de la complexité de son expression. Il est en effet nécessaire de connaître l'accélération relative des deux phases en présence pour obtenir une bonne estimation de cette force.

Force de Magnus \vec{F}_m

La force de Magnus est la force de portance qui se crée lorsqu'un corps en rotation se déplace dans un fluide. Autrement dit lorsque, dans un écoulement homogène, en plus de se translater à la vitesse \mathbf{u}^p , un grain tourne à une vitesse angulaire $\boldsymbol{\Omega}$. Une force perpendiculaire à $\mathbf{u}^R = \mathbf{u}^p - \mathbf{u}^f$ et à $\boldsymbol{\Omega}$ apparaît alors et s'exprime comme :

$$\vec{F}_m = \frac{\pi}{8} \mathcal{C}_m \rho_f d^3 \boldsymbol{\Omega} \wedge (\mathbf{u}^p - \mathbf{u}^f) \quad (1.20)$$

où \mathcal{C}_m est une constante. Cette force de portance, dite de Magnus, du nom de son auteur Heinrich Gustav Magnus, s'interprète très simplement par un bilan des forces de pression sur la particule. Dans le référentiel particulaire accompagnant le grain se déplaçant à la vitesse \mathbf{u}^p , lorsque le grain tourne à $\boldsymbol{\Omega}$, la vitesse du fluide est augmentée d'un côté et diminuée de l'autre. En d'autres termes, lorsque la vitesse du fluide augmente, sa pression diminue et réciproquement comme l'indique l'équation de Bernoulli. La force de Magnus est donc la résultante de cette asymétrie de pression. Elle permet d'expliquer par exemple les effets de balle dans le sport et le fonctionnement de certains modes de propulsion.

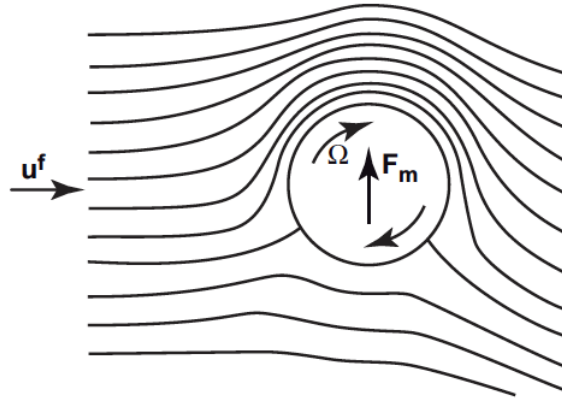


FIGURE 1.6 – Lignes de courant autour d'une sphère en rotation à la vitesse angulaire Ω dans le référentiel de la particule et résultante F_m des forces de pression.

1.2.3 Interaction rapprochée de grains immergés : Forces hydrodynamiques de lubrification

Considérons une particule lisse et sphérique qui entre en collision avec un plan fixe dans un fluide en régime de Stokes. La particule est située au-dessus du plan. On suppose que cette dernière se déplace dans la direction normale au plan. On note r le rayon de la particule, \mathbf{u}^p sa vitesse et q sa distance par rapport au plan (voir Figure 1.7).

Lorsque la particule se rapproche du mur, le fluide situé dans l'interstice doit s'évacuer et donc créer des écoulements à forts gradients dans de très fines couches. La résistance du fluide interstitiel crée alors une force qui pénalise le mouvement de la particule. Il s'agit de la force de lubrification que l'on notera \mathbf{F}_{lub} dans la suite.

L'expression approchée de la force de lubrification [21; 22] exercée sur une particule sphérique dans le cas d'un fluide en régime de Stokes est donnée par la relation :

$$\mathbf{F}_{lub} = -6\pi\eta r^2 \frac{\mathbf{u}^p}{q} + O(\ln(q)) \quad (1.21)$$

Notons que $\mathbf{F}_{Stokes} = -6\pi\eta r \mathbf{u}^p$ est la force hydrodynamique exercée sur une sphère en régime de Stokes ($Re \ll 1$). Le coefficient r/q peut donc être vu comme un facteur correctif dû à la présence du mur. La force de lubrification \mathbf{F}_{lub} s'oppose au mouvement de la particule (elle est orientée dans le sens de $-\mathbf{u}^p$).

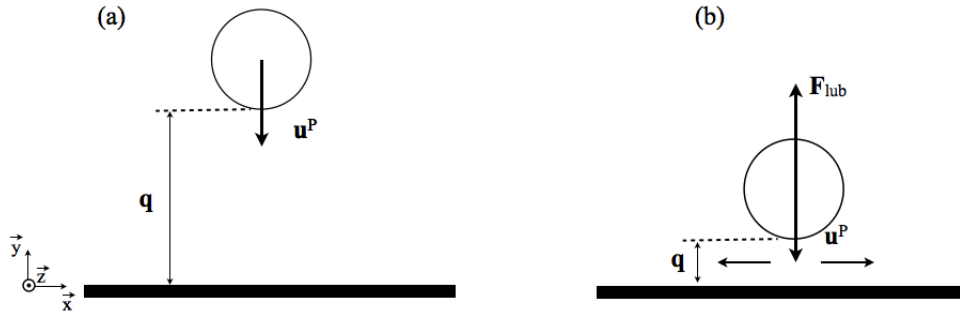


FIGURE 1.7 – Force de lubrification normale : notations.

Si l'on suppose que les lois hydrodynamiques restent valables même à toutes petites échelles, autrement dit si le fluide vérifie les équations de Navier-Stokes, et si la particule et le plan sont parfaitement lisses alors ils ne pourront jamais se toucher et rentrer en contact à cause de la divergence des forces de lubrification : q ne peut tendre vers zéro en un temps fini [21; 23]. Cela signifierait entre autre qu'il n'y aurait pas de contact réel entre la particule et le plan. En réalité, la particule et le plan ne sont jamais infiniment lisses. Le modèle idéalisé de surfaces lisses a montré que les distances pouvaient devenir extrêmement petites et, à ces échelles, il est nécessaire de prendre en compte les effets dus à la rugosité des surfaces au contact. Pour plus de détails sur le calcul des forces hydrodynamiques de lubrification entre grains, consulter entre autres les ouvrages [24; 2]. La force de lubrification régularisée à l'échelle microscopique s'écrit :

$$\mathbf{F}_{lub} = -6\pi\eta r^2 \frac{\mathbf{u}^P}{q + q_s} \quad (1.22)$$

où q_s est la taille moyenne des rugosités de surfaces (voir Figure 1.8).

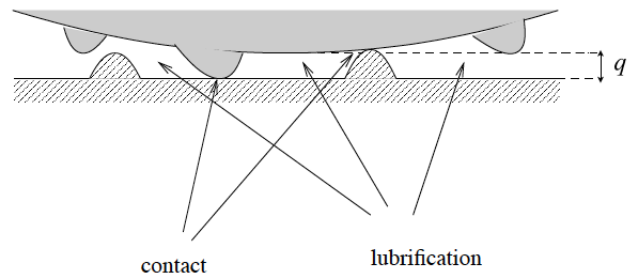


FIGURE 1.8 – Contact. Figure extraite de Radjai et Dubois [2].

Dans quelle mesure ces forces hydrodynamiques de lubrification peuvent-elles modifier les caractéristiques de la collision binaire entre deux particules [25] ou entre une particule et un plan dans un fluide quelconque [21; 22] ? Cette question a été étudiée en détails par Gondret et al. [3], Joseph et al. [26] et plus récemment Lacaze et al. [27]. Des expériences de rebond de billes sur plan, en laissant tomber sous gravité des billes de densités

différentes dans des fluides de densité et de viscosité variables, ont été réalisées afin de mesurer le coefficient de restitution effectif défini comme le rapport de la vitesse de rebond juste après le choc sur la vitesse incidente juste avant le choc. Le résultat principal de ces études montre qu'une transition existe entre un régime où la bille rebondit sur le plan après la collision et un régime où la bille reste collée au plan dès le contact.

Le coefficient de restitution en fonction du nombre de Stokes³, $e/e_{dry} = f(St)$, est reporté sur la Figure 1.9. On note que toutes les données se rassemblent sur une même courbe. En dessous d'un nombre de Stokes critique $St_c \approx 10$ le coefficient de restitution devient nul. Au dessus de ce seuil critique, il croît et finit par tendre à grand nombre de Stokes vers sa valeur mesurée dans l'air.

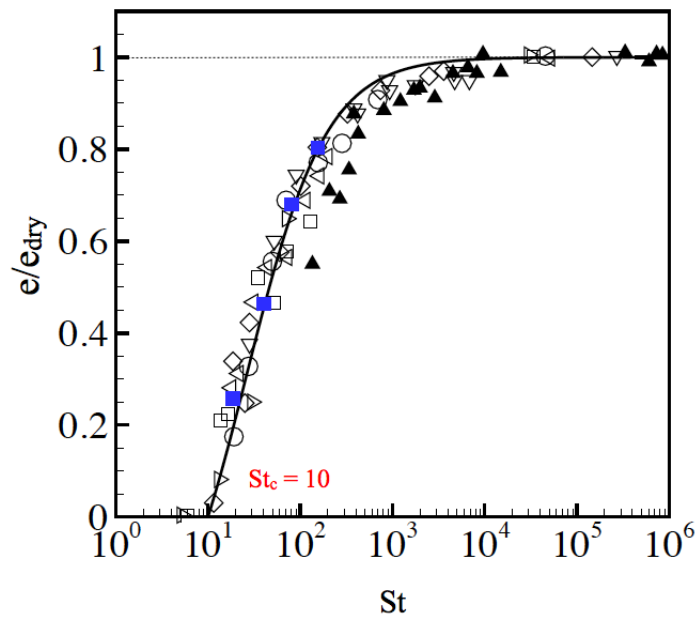


FIGURE 1.9 – Coefficient de restitution e normalisée par sa valeur e_{dry} (quand le fluide interstitiel est de l'air) en fonction du nombre de Stokes. Figure extraite de Gondret et al. [3].

1.2.4 Ecoulements dans les milieux poreux à structure granulaire

Ce type de milieux poreux désignent des matériaux granulaires pour lesquels la phase solide fixe, fortement imbriquée avec la phase fluide, est constituée de grains ou de particules macroscopiques, typiquement de tailles supérieures à $100 \mu\text{m}$ [28; 24] qui peuvent interagir mécaniquement par des actions de contact, de frottement ou encore de cohésion d'origines diverses. Les vides, appelés pores, peuvent être remplis par de l'eau, de l'air ou d'autres fluides. C'est ainsi que l'on distingue le squelette, ou ensemble des particules solides, et le fluide ou milieu interstitiel.

3. Le nombre de Stokes s'écrit : $St = \frac{\rho_p d \mathbf{u}^p}{9\eta}$

D'une manière générale, les milieux poreux sont définis par deux grandeurs caractéristiques : la porosité (ou la compacité) qui est définie comme le rapport entre le volume des vides et le volume total de l'échantillon, et la perméabilité qui indique l'aptitude d'un milieu poreux à être traversé par un écoulement fluide interstitiel. Ces deux grandeurs intrinsèques sont des variables macroscopiques estimées sur un volume élémentaire représentatif contenant un grand nombre d'entités microscopiques composant le matériau.

Dans cette section, on introduira certaines notions qui serviront à décrire l'état d'un milieu poreux à l'échelle macroscopique ainsi que les lois théoriques de base qui régissent les écoulements monophasiques dans ces milieux.

Description physique du milieu poreux

Les propriétés géométriques macroscopiques d'un milieu poreux sont la porosité et l'aire spécifique des particules constituant ce milieu poreux.

Porosité

La porosité d'interstice ε qui varie entre 0 (solide plein) et 1 (volume complètement vide) est définie par le rapport :

$$\varepsilon = \frac{\text{volume des vides}}{\text{volume total de l'échantillon}} = 1 - \phi \quad (1.23)$$

où ϕ est la compacité définie par le rapport entre le volume de matière solide et le volume total. Cette définition est une définition tridimensionnelle mais elle peut être transposée à un rapport des surfaces, pour une configuration bidimensionnelle (voir Figure 1.10), et vaut alors :

$$\varepsilon_S = \frac{\text{surface des vides}}{\text{surface totale de l'échantillon}} \quad (1.24)$$

Pour un matériau homogène et isotrope, on peut montrer que :

$$\varepsilon = \varepsilon_S \quad (1.25)$$

En mécanique des sols, on définit également une autre grandeur sans dimension qui est le rapport entre le volume des pores et le volume du solide. Ce rapport est appelé indice des vides et est directement relié à la porosité.

Aire spécifique

Un autre paramètre géométrique important est la surface interne par unité de volume d'un poreux (ou aire spécifique) A_S , qui a la dimension de l'inverse d'une longueur. A partir d'un échantillon de volume V_0 , on peut définir par S la surface interne des vides. Elle varie beaucoup d'un milieu à un autre, en étant d'autant plus grande que le milieu est divisé. Ce caractère a une grande importance pour les phénomènes de liaison et d'interaction fluide-grains. L'aire spécifique d'un milieu poreux est définie comme le rapport :

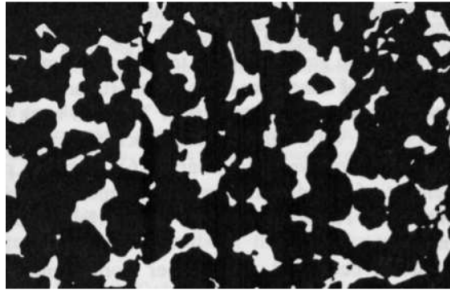


FIGURE 1.10 – Exemple de coupe d'un milieu poreux observé par microscopie.

$$A_S = \frac{S}{V_0} [m^{-1}] \quad (1.26)$$

Écoulements monophasiques en milieux poreux

Loi de Darcy

On s'intéresse ici aux milieux poreux de type granulaire saturés pour lesquels le volume des pores est entièrement rempli de fluide supposé newtonien et incompressible. La loi de Darcy⁴ s'applique à un milieu poreux homogène et isotrope parcouru par un écoulement à faible vitesse. Elle met en évidence une relation linéaire entre la vitesse (ou le débit volumique) et le gradient de pression appliqué de part et d'autre du matériau poreux.

Avec ces hypothèses, pour un échantillon poreux de longueur L et de section S (voir Figure 1.11), la vitesse moyenne de l'écoulement est donnée par la loi de Darcy :

$$u_f = \frac{Q}{S} = -\frac{k}{\eta} \frac{\Delta P}{L} \quad (1.27)$$

avec Q le débit volumique, η la viscosité dynamique du fluide, $\Delta P/L$ le gradient de pression dynamique appliqué (perte de charge), et k la perméabilité. Le domaine de validité de cette loi concerne les écoulements de fluide à travers des milieux poreux pour lesquels le nombre de Reynolds vérifie $Re < 10$ [29].

4. Les études fondatrices des écoulements unidirectionnels de fluide à faible vitesse dans les milieux poreux ont été réalisées par l'ingénieur Darcy en 1958 avec un article sur « Mémoire sur les fontaines de la ville de Dijon ».

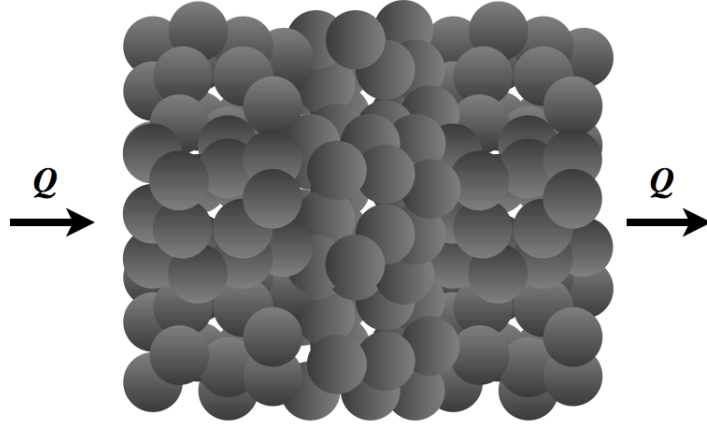


FIGURE 1.11 – Ecoulement d'un fluide à travers un milieu poreux.

D'une manière générale, pour ces petits nombres de Reynolds, on peut écrire la loi de Darcy sous forme vectorielle en tenant compte de la pesanteur [29] :

$$\vec{u}_f = -\frac{k}{\eta} (\vec{\nabla} p - \rho \vec{g}) \quad (1.28)$$

où \vec{u}_f est la vitesse débitante.

Quelque soit le nombre de Reynolds, diverses expressions permettent de calculer la perte de charge occasionnée par le passage d'un fluide visqueux incompressible en écoulement à travers un milieu poreux en fonction du régime d'écoulement et des caractéristiques du fluide et du milieu poreux. Une revue de ces lois est proposée par Dullien [30] et Bear [29]. Parmi les plus connues, nous avons la relation de Blake-Kozeny dans le cas d'écoulement laminaire, la relation de Burkner-Plummer dans le cas d'écoulement turbulent et la loi d'Ergun [31] qui couvre les écoulements laminaires, turbulents et intermédiaire. Ces lois ont toutes une origine phénoménologique et sont obtenues à partir d'expériences réalisées à l'échelle macroscopique.

Loi d'Ergun

Le fondement théorique de la loi d'Ergun provient de l'analogie avec l'expression de la perte de charge dans un tube cylindrique sous la forme d'un ensemble de capillaires ondulés [32]. Cette loi a été obtenue par l'addition des lois de Blake-Kozeny et de Burkner-Plummer valables respectivement dans le cas limite des écoulements laminaire et turbulent et définies respectivement par :

$$\frac{\Delta P}{L} = \frac{150\eta}{d^2} \frac{\phi^2}{(1-\phi)^3} \vec{u}_f \quad (1.29)$$

$$\frac{\Delta P}{L} = \frac{1.75\rho_f}{d} \frac{\phi}{(1-\phi)^3} \vec{u}_f^2 \quad (1.30)$$

où ϕ est la fraction volumique solide, et k_E la perméabilité dite d'Ergun donnée par la relation :

$$k_E = \frac{\phi^3 d^2}{150(1 - \phi)^2} \quad (1.31)$$

La somme des expressions de ces deux lois permet d'obtenir la loi d'Ergun écrite sous forme vectorielle en tenant compte de la gravité :

$$\vec{u}_f \left[1 + \frac{1.75\phi}{150(1 - \phi)} Re \right] = -\frac{k_E}{\eta} (\vec{\nabla} p - \rho \vec{g}) \quad (1.32)$$

Dans le cadre de l'écoulement de Darcy, la loi de Carman-Kozeny permet également d'évaluer une perméabilité k , très proche de k_E , à partir du modèle d'un réseau de capillaires ondulés :

$$k = \frac{\phi^3 d^2}{180(1 - \phi)^2} \quad (1.33)$$

1.2.5 Hydrodynamique des suspensions granulaires

Les écoulements diphasiques de mélanges de fluide et de grains sont habituellement classés dans la problématique des suspensions. Les grains en mouvement dans un fluide subissent à la fois des interactions de contact et des interactions hydrodynamiques. Dans le cas dilué, les particules interagissent uniquement via les interactions hydrodynamiques. Si l'on augmente la fraction volumique ou la concentration des particules, alors on s'attend à ce que les interactions de contact entre elles commencent à jouer un rôle important. Une manière simple d'aborder la question de l'hydrodynamique des suspensions est de considérer la sédimentation d'une suspension de particules.

Une suspension est décrite localement par sa fraction volumique ϕ . L'influence mutuelle des particules et les interactions fluide-particules sera alors décrite au travers de ce paramètre. La dynamique d'une particule isolée dans une suspension est particulièrement complexe car elle résulte des interactions fluide-grains et grain-grain à petite échelle, donnant lieu généralement à des phénomènes de plus grande échelle. Nous ferons l'hypothèse qu'il n'existe pas d'interaction physico-chimique entre les particules. Nous allons illustrer l'influence de la fraction volumique sur un exemple : la vitesse terminale de chute.

De nombreuses études expérimentales ont montré que la vitesse terminale de chute, ou vitesse de sédimentation, d'une particule isolée dans un milieu de fraction volumique non nulle est généralement plus faible que celle obtenue pour une particule seule dans un fluide au repos⁵. On montre que la vitesse terminale de chute $U_{tc,\phi}$ d'une particule entourée d'autres particules dépend de la fraction volumique en solide ϕ par l'intermédiaire d'interactions hydrodynamiques. Dans la suite, on notera U_{tc} la vitesse terminale de chute d'une particule seule, isolée dans un fluide initialement au repos.

5. Sédimentation d'une particule isolée en milieu infini.

Devant la complexité de l'hydrodynamique des suspensions, les premières études ont été réalisées en milieu dilué et pour des systèmes monodisperses, puis bidisperses. Peu de données existent dans la littérature en ce qui concerne les milieux concentrés et les systèmes polydisperses. Notons que les expressions donnant la vitesse terminale de chute pour des suspensions monodispersées sont de deux types : les corrélations empiriques et les équations reposant sur un fondement théorique.

Dans le cas de suspensions diluées, caractérisées par une fraction volumique $\phi \ll 1$, la vitesse de sédimentation $U_{tc,\phi}$ donnée analytiquement par Batchelor (1972) [33] s'écrit :

$$U_{tc,\phi} = U_{tc} (1 - 6.55 \phi) \quad (1.34)$$

Pour le cas de suspensions concentrées ($\phi \sim 1$), la loi empirique la plus fréquemment utilisée est donnée par Richardson et Zaki (1954) [34] :

$$U_{tc,\phi} = U_{tc} (1 - \phi)^n \quad (1.35)$$

où, suivant les auteurs, l'exposant n est exprimé soit en fonction du nombre de Reynolds particulaire Re , soit en fonction du nombre d'Archimède Ar , sachant que ces deux nombres sans dimensions sont liés par la relation ⁶ :

$$Ar = \frac{3}{4} C_D Re^2 \quad (1.36)$$

où C_D est le coefficient de traînée et dépend donc du nombre de Reynolds Re .

Une relation parmi d'autres de l'exposant n en fonction du nombre d'Archimède Ar est proposée par Khan et Richardson (1989) [35] :

$$\frac{4.8 - n}{n - 2.4} = 0.043 Ar^{0.57} \quad (1.37)$$

On retrouve $n \rightarrow 4.8$ pour le régime limite visqueux ($Ar \ll 1$ et donc $Re \ll 1$ (Cf Eq. 1.36)) et $n \rightarrow 2.4$ pour le régime limite inertiel ($Ar \gg 1$ et donc $Re \gg 1$), voir Figure 1.13.

L'application de la loi empirique de Richardson-Zaki peut s'élargir au cas des lits fluidisés (voir Figure 1.12). La fluidisation, comme la sédimentation, ont la même origine physique caractérisée par un équilibre entre le poids apparent des particules et la friction du fluide.

Pour un lit fluidisé, Garside et al. en 1977 [36], suivis en 1989 de Rapagnà et al. [37], ont proposé une loi semi-empirique quasi identique à celle de Richardson-Zaki qui est illustrée à la Figure 1.13 et qui stipule que la compacité ϕ de la suspension de particules fluidisée est liée au rapport de la vitesse de fluidisation U_f imposée par l'écoulement et de la vitesse terminale de chute U_{tc} d'une particule isolée en milieu infini par une relation du type :

6. Cette relation découle de l'expression générale de la vitesse de sédimentation d'un grain sphérique, car ici $Re = Re_t$.

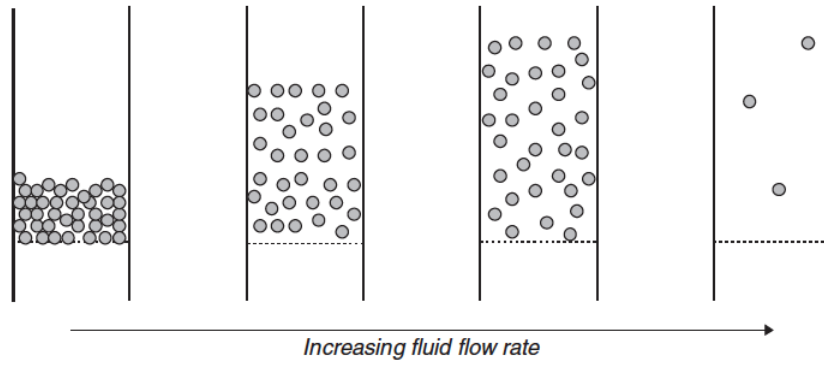


FIGURE 1.12 – Exemple de lit fluidisé. Figure extraite de Gibilaro [1].

$$\varepsilon = 1 - \phi = \left(\frac{U_f}{U_{tc}} \right)^{1/n} \quad (1.38)$$

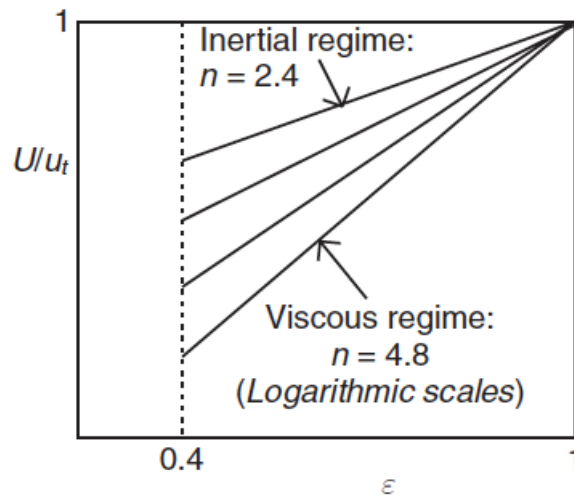


FIGURE 1.13 – Application aux lits fluidisés de la loi de Richardson-Zaki. Valeurs de l'exposant n de la loi de puissance pour différents régimes d'écoulements. Figure extraite de Gibilaro [1].

1.3 Modélisation numérique des interactions fluide-particules

Cette section présente les différentes approches numériques utilisées pour simuler le mouvement de suspensions d'objets rigides⁷ dans un fluide newtonien. Il ne s'agit pas d'être exhaustif sur les méthodes existantes pour les problèmes de mécanique des fluides ou de mécanique des solides mais d'introduire brièvement les spécificités des différentes méthodes rencontrées dans la littérature pour traiter les problèmes d'interaction fluide-particules. Une importance particulière réside dans l'échelle choisie pour décrire les mécanismes physiques caractérisant le comportement d'un système diphasique, dans la qualité des informations obtenues pour l'application de tels modèles, et dans les aspects de la mise en œuvre pour la simulation numérique. Compte tenu de la nécessité de prendre en considération tous les phénomènes physiques évoqués précédemment à toutes les échelles de temps et d'espace, la simulation numérique directe (DNS - Direct Numerical Simulation) est un outil puissant et performant adapté pour la modélisation d'écoulement fluide-particules. Par simulation directe, on entend méthodes de résolution exacte des équations de Navier-Stokes couplées aux mouvements des particules, sans hypothèse de modélisation ou d'approximation supplémentaire autre que le comportement newtonien du fluide. Le recours à la simulation directe est de plus en plus couramment utilisé depuis le début des années 90 pour améliorer la compréhension du comportement des suspensions granulaires, en particulier dans le cas de fractions volumiques solides importantes.

Les sections 1.3.1 et 1.3.2 donnent un large aperçu des méthodes numériques adoptées dans la communauté scientifique pour la résolution des équations de la mécanique des fluides et les équations fondamentales de la dynamique appliquées à chaque particule solide. Une synthèse des modèles couplés dédiés spécifiquement au problème d'interaction fluide-grains est présentée à la section 1.3.3. L'ensemble des méthodes présentées s'appliquent aussi bien aux écoulements bidimensionnels que tridimensionnels.

1.3.1 Cas du fluide

La mécanique des fluides numérique, plus souvent désignée par le terme anglais *Computation of Fluid Dynamics* (CFD), utilise des méthodes numériques et algorithmes pour modéliser et analyser les problèmes de la mécanique des fluides. Pour résoudre ces problèmes, les équations de Navier-Stokes qui gouvernent la dynamique des fluides doivent être résolues en discrétisant un ensemble d'équations aux dérivées partielles (EDP). Ceci peut être fait par différentes méthodes telles que les méthodes de maillage (Éléments Finis (MEF) [38; 39; 40], Différences Finies (MDF) [40; 41; 42], Volumes Finis (MVF) [43; 44; 45], les méthodes spectrales [46; 47] et les méthodes ALE (Arbitrary Lagrangian Eulerian) [48; 49]), les méthodes particulières (Particle-In-Cell (PIC) et Material Point Method (MPM) [50; 51; 52], Lattice Boltzmann (LBM) [53; 54; 55]) ou la méthode sans maillage Smoothed Particles Hydrodynamics (SPH) [56; 57; 58].

Pour modéliser la dynamique d'un écoulement fluide par les méthodes dites de

7. Dans le cas idéal de particules lisses et sphériques.

maillage, le domaine d'étude est subdivisé en sous-domaines plus petits, appelé volumes de contrôle. On distingue plus généralement trois types de maillages : les maillages structurés, les maillages non-structurés et les maillages hybrides. Ces derniers tirent profit des avantages des deux familles de maillages structurés et non-structurés. Cependant, le maillage hybride demeure encore difficile à générer notamment dans les endroits de liaison entre le maillage structuré et le maillage non-structuré. Le choix du maillage n'est donc pas anodin et dépend en grande partie des formes géométriques qui composent le système. Dans un maillage structuré, les cellules doivent avoir quatre faces (quadrilatères) en 2D ou six faces (hexaèdres) en 3D considérés comme les éléments les plus performants. Dans un maillage non-structuré, la géométrie de l'écoulement est subdivisée en petites cellules qui peuvent avoir des formes géométriques très variées avec une distribution arbitraire des points du maillage. Les points peuvent être reliés par des triangles en 2D, ou par des tétraèdres en 3D. Les algorithmes de génération de ce type de maillage ont été largement optimisés ces dernières années et permettent de générer des maillages adaptés aux formes complexes de façon automatisée et dans des temps de calculs raisonnables. Les maillages structurés, comparés aux maillages non-structurés, sont plus efficaces en termes de stabilité, de précision et de coût de calcul.

La méthode MEF consiste à minimiser l'erreur introduite en remplaçant le problème continu par le problème discret. Elle permet de résoudre grâce à une formulation variationnelle les équations de Navier-Stokes dont on cherche une solution approchée suffisamment fiable. Il s'agit entre autres de mettre en place un algorithme mathématique permettant de rechercher une solution approchée aux EDPs discrétisées sur un domaine de calcul avec des conditions aux limites. Cette méthode est couramment utilisée avec un maillage structuré ou non-structuré. Plus le maillage est fin, plus la solution approchée que l'on obtient avec la MEF sera précise et proche de la « vraie » solution des équations aux dérivées partielles. Pour générer le maillage, il existe des logiciels d'éléments finis disposant de "mailleurs" qui appliquent des algorithmes de maillage automatiques dont les paramètres assurant la qualité du maillage sont contrôlés par l'utilisateur. La génération du maillage pour des problèmes possédant des géométries complexes peut s'avérer délicate, notamment pour les systèmes tridimensionnels. Ainsi, comparée aux méthodes MDF et MVF, la méthode MEF a besoin d'utiliser plus de mémoire et de puissance de calcul.

La méthode MDF est la technique courante de recherche de solutions approchées des EDPs qui consiste à résoudre un système d'équations algébriques liant les variables des fonctions inconnues en certains points du maillage suffisamment proches les uns des autres. Pour ce faire, elle procède en deux étapes : d'une part la discrétisation par différences finies ou développement de Taylor des opérateurs de dérivation, d'autre part la convergence du schéma numérique. La précision est améliorée en augmentant l'ordre du développement et en utilisant un maillage très fin⁸. Cette méthode nécessite pour sa mise en œuvre l'utilisation d'un maillage structuré et fixe. L'un des avantages majeurs de la méthode MDF est sa simplicité, ce qui permet de traiter une grande variété de

8. La distance entre les points du maillage tend vers zéro, ce qui implique l'utilisation d'un grand nombre de mailles et par conséquent un coût important en temps de calcul.

problèmes de la mécanique des fluides. Cependant, il existe des configurations pour lesquels la méthode MDF ne donnent pas des résultats physiques satisfaisants. Par exemple, l'existence de discontinuités (chocs, changement de milieu) où de forts gradients peuvent engendrer des erreurs considérables dans la formulation par différences finies des opérateurs différentiels et peuvent notamment donner lieu à l'apparition d'instabilités numériques.

Les méthodes spectrales sont des méthodes d'ordre élevé pour la résolution numérique d'EDPs. Ces méthodes basées sur un développement polynomial de la solution, sont très efficaces pour la résolution de problèmes de mécanique des fluides. Elles reposent sur l'approximation des solutions des EDPs, initialement par des séries de Fourier tronquées puis par des polynômes de haut degré, et sur l'utilisation des bases tensorisées des espaces d'approximation. L'approximation des polynômes fait appel soit à des bases de polynôme de Legendre, soit à des bases des polynômes de Tchebycheff. Ces méthodes sont de précision infinie, au sens où l'ordre de l'erreur entre les solutions des problèmes continu et discret n'est limité que par la régularité de la solution continue. Elles sont adaptées pour les géométries complexes. Le lecteur trouvera une présentation détaillée des méthodes spectrales dans [46; 47].

Contrairement à la méthode MDF qui met en jeu des approximations des dérivées, les méthodes MVF et MEF exploitent des approximations intégrales. Toutefois, la méthode MVF utilise une formulation dite forte de l'équation à résoudre, alors que la méthode MEF se fonde sur une formulation variationnelle (on parle aussi de formulation faible de l'équation). L'EDP est résolue de manière approchée à l'aide d'un maillage constitué de petits volumes finis élémentaires. Cependant, au contraire de la MDF, les valeurs des variables sur les cellules du maillage sont des valeurs moyennes locales des solutions du problème physique. Dans cette approche, on doit donc définir un ensemble de volumes de contrôle à l'intérieur desquels la moyenne est calculée. Le flux à travers chaque face du maillage est exprimé en fonction des valeurs moyennes de l'inconnue en chaque élément. Cette approche a certains avantages en mécanique des fluides, notamment en raison de l'existence de quantités conservées (masse, quantité de mouvement et énergie) par les équations. Les méthodes MVF sont très adaptées aux systèmes à géométrie complexe avec des discontinuités. Elles sont stables et donnent une très bonne précision aux problèmes de la dynamique des fluides, notamment en astrophysique où elles sont couramment utilisées. Sur la Figure 1.14 est illustré un exemple de simulation aux volumes finis de la formation d'un jet astrophysique.

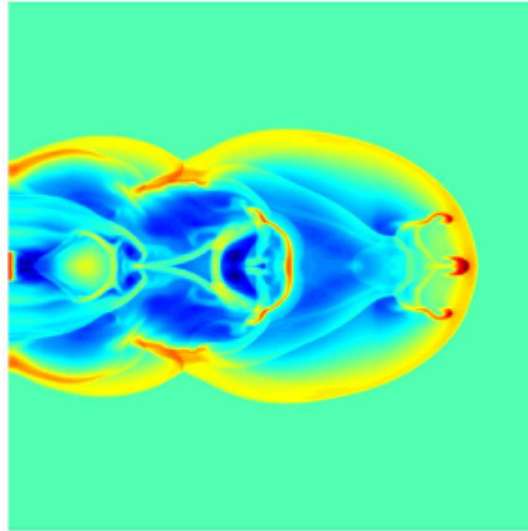


FIGURE 1.14 – Exemple de simulation aux Volumes Finis : Représentation de la densité lors de la propagation d'un jet astrophysique supersonique dans un milieu interstellaire. Figure extraite de Gardner et al. [4].

La méthode PIC et la méthode MPM sont des approches particulières. Elles font appel à une discrétisation spatiale mobile. Ces méthodes supposent que le fluide est constitué d'un nombre fini de micro-particules que l'on suit dans leur mouvement. Ainsi, le problème d'advection du fluide est simplifié. Cependant, l'évaluation des termes sources, et en particulier l'interaction entre les particules, est assez difficile à décrire, ce qui peut engendrer certains problèmes, notamment au niveau des effets dissipatifs.

La PIC, introduite en 1957 par Harlow [50], est une méthode hybride eulerienne et lagrangienne de description de la dynamique des fluides. Dans cette approche, les points de calculs sont des mailles connectées entre elles par des éléments finis. Un ensemble indépendant de points matériels transporte les propriétés physiques de l'écoulement et les variables internes dans le maillage. Des fonctions d'interpolation sont utilisées pour modifier la position de particules ainsi que les variables internes. Les propriétés de l'écoulement sont couplés au maillage grâce à l'utilisation des particules comme points d'intégration. Les conditions aux limites s'appliquent sur les mailles. L'idée est de suivre l'histoire du mouvement de l'ensemble des particules fluides dans une description lagrangienne, tandis que l'équation de mouvement est résolue sur un maillage eulerien.

La méthode SPH (Smoothed Particles Hydrodynamics) très proche des méthodes PIC est une méthode de type lagrangienne sans maillage dans laquelle le domaine d'étude de l'écoulement fluide est discrétisé en particules. Ces particules interagissent entre elles et se déplacent tout en portant un ensemble de propriétés physiques du milieu décrit. Elle est couramment employée en astrophysique pour des problèmes mettant en jeu une grande dynamique d'échelle et, en particulier, pour les milieux autogravitants (voir Figure 1.15). Elle est adaptée à la simulation des écoulements avec interfaces [56]. La méthode SPH s'applique aux fluides compressibles qui ont tendance à devenir instables quand la vitesse

du son devient trop grande. Pour les fluides incompressibles, la méthode SPH est élaborée de sorte que les variations de la densité dans le fluide soient inférieures à 1%. Les équations de Navier Stokes sont alors formulées d'un point de vue lagrangien. Dans cette approche, les propriétés physiques de l'écoulement (densité, vitesse, pression, etc ;) en une particule donnée correspondent à une moyenne plus ou moins complexe des propriétés des particules fluides au voisinage de cette dernière. Une zone d'influence spatiale autour de la particule considérée est alors définie. Les propriétés physiques sont évaluées par interpolation des propriétés associées aux particules voisines situées dans cette zone d'influence.

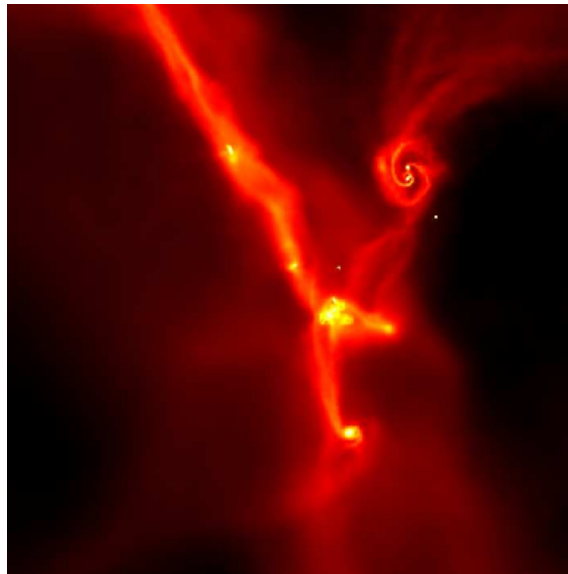


FIGURE 1.15 – Exemple de simulation particulaire de type SPH : Représentation de la densité lors de l'effondrement et la fragmentation d'un nuage interstellaire. Figure extraite de Matthew et al. [5].

La méthode LBM est une approche basée sur la résolution numérique de l'équation de la théorie cinétique de Boltzmann, qui décrit l'évolution d'un fluide (liquide ou gaz peu dense) hors équilibre. Cette méthode utilise un maillage fixe structuré (description eulerienne) pour représenter le champ de l'écoulement. Le fluide est décrit par un ensemble de micro-particules discrètes qui subissent des collisions les unes avec les autres (étape de collision) et peuvent se déplacer le long d'un réseau régulier (étape d'advection) selon une distribution de vitesses discrètes. Cette distribution de vitesses dépend de la configuration géométrique du problème étudié. Par exemple pour une configuration 2D, le modèle D2Q9 à 9 vitesses discrètes est le plus utilisé, de même que le modèle D3Q19 à 19 vitesses pour les simulations 3D. La méthode LBM résout les fonctions de distribution des particules dont l'évolution est décrite par l'équation discrétisée de Boltzmann sur un maillage régulier. Dans cette description, les propriétés macroscopiques associées à l'écoulement du fluide (vitesse, pression et température) sont définies à partir des fonctions de distribution qui sont des propriétés microscopiques de chaque élément fluide. La méthode LBM est l'une des méthodes les plus couramment utilisées en CFD, pour pallier les insuffisances des méthodes classiques. Elle est relativement facile à implémenter et résout avec une certaine simplicité la prise en compte

des discontinuités dans les écoulements. De plus, contrairement aux méthodes classiques (MEF, MDF, MVF) dans lesquelles le champ de pression est obtenu en résolvant l'équation de Poisson, dans l'approche LBM, seule une loi d'état permet de définir en tout point de l'écoulement cette grandeur physique. C'est cette méthode qui a été retenue dans le cadre de ce travail et qui sera développée plus en détails au chapitre suivant.

1.3.2 Cas du solide

La modélisation numérique du comportement de systèmes constitués de matériaux granulaires dépend fortement de l'échelle des phénomènes physiques que l'on veut étudier. Compte tenu de leur diversité et de leurs applications variées, il n'est pas aisé de proposer une classification réaliste des différentes approches de modélisation numérique de la matière en grains. La modélisation des interactions de chocs et de frottements grain-grain sont les principales difficultés inhérentes à la modélisation des matériaux granulaires.

Une approche de type milieu continu (tels que MDF, MVF et MEF) peut convenir, si la taille des mailles (ou le pas de discrétisation spatiale) se trouve bien supérieure à la taille des particules, pour décrire le comportement d'un milieu granulaire réel, de grande taille. La méthode numérique MEF est la plus utilisée pour étudier des problèmes de mécanique des structures et des solides. Elles sont suffisamment souples pour traiter les matériaux homogènes, les conditions aux limites complexes et fortement non-linéaires, et pour ce qui concerne la représentation des problèmes à géométries variées et complexes [59; 60]. Cependant, ces approches sont beaucoup moins adaptées pour les problèmes de suivi d'interfaces, comme par exemple la progression de fracturation ou encore une perte de matières solides, qui font appel à l'utilisation de mailles très petites et nécessite un processus de remaillage qui est alors très coûteux en temps de calcul.

Ainsi donc, l'utilisation des Méthodes aux Éléments Discrets (DEM) est la plus généralement appropriée pour modéliser le comportement mécanique des matériaux granulaires dans n'importe quelle situation et tant que le nombre de particules à traiter reste réaliste.

Les méthodes DEM ont connu un essor considérable pour devenir aujourd'hui un outil de recherche fiable et puissant pour la modélisation de la matière en grains. Le principe de ces méthodes consiste simplement à intégrer les équations du mouvement des grains, considérés comme des éléments rigides, en tenant compte des interactions de contact et éventuellement d'autres forces agissant sur les grains⁹. La réponse mécanique d'un ensemble de particules à une sollicitation extérieure résulte entre autre des mouvements relatifs des particules. Cette approche nécessite pour sa mise en œuvre d'une part, une forme discrétisée des équations fondamentales de la dynamique régissant le mouvement (les déplacements et les rotations) des particules, d'autre part, une loi de force ou relation force-déplacement décrivant les interactions de contact interparticulaires. Elle permet ainsi d'étudier ces systèmes discrets en présence des phénomènes physiques locaux à l'échelle de la particule. Plusieurs approches DEM [2] existent, parmi lesquels la méthode

9. interactions capillaires, électrostatique, etc.

de dynamique événementielle (ED - Even Driven), la méthode de Monte-Carlo, et, les plus utilisées, la méthode de dynamique des contacts (DC - Contacts Dynamics) et la méthode de dynamique moléculaire (DM - Molecular Dynamics). Que ce soit en termes de temps de calcul ou de fiabilité, il est clair que chacune de ces méthodes présentent des avantages et des inconvénients et qu'il convient d'être prudent quant à leur choix et à leur domaine d'application. Cependant, certains inconvénients peuvent être évités par la combinaison de deux méthodes, continue (par exemple MEF) et discrète. On peut citer des exemples concrets de problèmes en mécanique des sols où des auteurs ont modélisé une région composée de blocs rigides par la DEM et une autre région ayant un comportement non-linéaire par la méthode MEF [61; 62]. Les modèles hybrides de couplages de ces deux types d'approches présentent un certain nombre d'avantages mais, cependant, une attention particulière doit être portée sur la compatibilité des conditions aux limites aux interfaces entre les différents modèles. Dans ce travail, nous avons porté notre choix sur la DEM avec un algorithme de type dynamique moléculaire et celle-ci sera plus détaillée au chapitre suivant.

1.3.3 Couplage fluide-solide

Le choix du modèle numérique, que ce soit en mécanique des fluides ou en mécanique des solides, dépend des phénomènes à modéliser et surtout de leur échelle. En mécanique des solides, on note que la taille de la discontinuité (ou des particules) dans le matériau conditionne ce choix. Si celle-ci est à l'échelle de la maille, les approches discrètes sont mieux à même de rendre compte des phénomènes physiques à l'échelle de la particule. Au contraire, si la taille de la maille est supérieure à la discontinuité une approche de type milieu continu pour décrire le comportement d'un milieu granulaire réel suffirait amplement. Les modèles les plus couramment utilisés pour la modélisation numérique des interactions fluide-solide sont présentés ci-après. Ceux-ci peuvent être regroupés en trois grandes familles :

Les modèles diphasiques

Considérons un milieu granulaire complètement plongé dans un liquide. Les particules solides ont une densité ρ_p et la phase fluide une densité ρ_f et une viscosité η . Dans cette approche, les deux phases en présence sont décrites comme deux milieux continus s'écoulant à des vitesses différentes \mathbf{u}^p pour le solide et \mathbf{u}^f pour le fluide¹⁰ [24; 63]. La fraction volumique de solide est notée ϕ . En supposant que le fluide et les grains sont incompressibles, les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement de chaque phase s'écrivent comme :

Conservation de la masse

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{u}_i^p \phi}{\partial x_i} = 0, \quad (1.39)$$

10. Ces vitesses sont définies comme la moyenne de la vitesse de chaque phase dans un volume élémentaire

$$\frac{\partial(1-\phi)}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{u}_i^f (1-\phi)}{\partial x_i} = 0. \quad (1.40)$$

Conservation de la quantité de mouvement

$$\rho_p \phi \left(\frac{\mathbf{u}_i^p}{\partial t} + \mathbf{u}_j^p \frac{\partial \mathbf{u}_i^p}{\partial x_j} \right) = \rho_p \phi g + \frac{\partial \sigma_{ij}^p}{\partial x_j} + f_i, \quad (1.41)$$

$$\rho_f (1-\phi) \left(\frac{\mathbf{u}_i^f}{\partial t} + \mathbf{u}_j^f \frac{\partial \mathbf{u}_i^f}{\partial x_j} \right) = \rho_f (1-\phi) g + \frac{\partial \sigma_{ij}^f}{\partial x_j} - f_i. \quad (1.42)$$

où σ_{ij}^p et σ_{ij}^f sont les contraintes qui agissent sur chacune des deux phases et f_i la force d'interaction inter-phases.

L'hypothèse classique consiste à séparer la force f_i en une composante due à la poussée d'Archimède et une composante due à la force de traînée liée à la vitesse relative entre les deux phases. Comme nous l'avons précédemment vu à la section 1.2.2, les autres contributions de forces sont fréquemment supposées négligeables. Les équations de fermeture du problème concernent d'une part les forces d'interaction qui s'exercent entre la phase fluide et la phase solide, d'autre part, le tenseur des contraintes du fluide et des particules. En régime visqueux ($St \ll 1$), la force f_i s'écrit comme :

$$f_i = \phi \frac{\partial \sigma_{ij}^f}{\partial x_j} + \beta(\phi) \frac{\eta}{d^2} (\mathbf{u}^p - \mathbf{u}^f) \quad (1.43)$$

où $\beta(\phi)$ est une fonction sans dimension de la fraction volumique, η est la viscosité du fluide et d la taille des particules. Dans la limite diluée, lorsqu'il n'a pas d'interaction de contact entre les grains et que les interactions hydrodynamiques entre grains sont faibles, alors $\beta(\phi) = 18\phi$. Dans le cas des matériaux très denses, pour lesquels les interactions de contacts sont prédominants, la fonction $\beta(\phi)$ est définie à partir de la relation de Carman-Kozeny par :

$$\beta(\phi) = \frac{\mathcal{A}\phi^2}{1-\phi} \quad (1.44)$$

où \mathcal{A} est une constante qui vaut entre 150 et 180 pour les empilements de sphères selon les modèles.

La résolution complète des équations de conservation de la quantité de mouvement pour chacune des phases nécessite de définir rigoureusement les contraintes σ_{ij}^p et σ_{ij}^f . Pour la phase solide, des lois de friction similaire à celle obtenue pour des milieux granulaires secs ont été proposées [64]. Pour la phase fluide, une formulation avec la relation d'Einstein (ou viscosité d'Einstein) a été proposée pour évaluer la contrainte fluide σ_{ij}^f [64] :

$$\sigma_{ij}^f = -P^f \delta_{ij} + \alpha(\phi) \eta \left(\frac{\partial \mathbf{u}_i^m}{\partial x_j} + \frac{\partial \mathbf{u}_j^m}{\partial x_i} \right) \quad (1.45)$$

où P^f est la pression du fluide interstitielle, $\alpha(\phi)$ une fonction de la fraction volumique qui tend vers 1 pour une fraction volumique nulle. Elle est donnée par la loi d'Einstein :

$$\alpha(\phi) = 1 + \frac{5}{2}\phi \quad (1.46)$$

Les modèles microscopiques

Modèle MVF - MEF/DEM

L'approche numérique la plus couramment utilisée pour traiter des problèmes d'interactions fluide-solide est basée sur une formulation par éléments finis (ou éléments discrets) pour la phase solide et d'un modèle de type volumes finis pour la phase fluide. Ces méthodes sont précises et fiables [65; 66]. Elles sont adaptées pour l'étude des écoulements de fluides à faible nombre de Reynolds et des écoulements fluides dans les milieux granulaires compacts. Cependant, elles ne sont pas adaptées à la simulation numérique en grandes déformations car le maillage subit une grande distorsion et il faut un coût numérique non négligeable pour remailler ou reconnecter les points de calculs afin que les intégrales sur les éléments restent précises. C'est pour ces raisons que les méthodes particulières, avec ou sans maillage, telles que les méthodes LBM et SPH leur sont alors préférées pour résoudre les écoulements à petite échelle. Toutes, on peut aussi utiliser la méthode de domaines fictifs couplé à d'autres méthodes tels que la DEM ou MVF pour résoudre les problèmes d'interaction fluide-particules [67; 65; 66; 68]. Ces approches sont plus adaptées aux problèmes d'interfaces fluide-solide avec prise en compte de grandes déformations.

Modèle LBM - DEM

La modélisation du comportement des matériaux granulaires par une approche discrète DEM peut aisément être couplée à une méthode particulière fluide telle que la LBM. Les applications s'effectuent généralement dans le cas de nombre de Reynolds inférieurs à 100. Au cours de ces dernières années, la LBM a connu un grand succès dans la simulation d'écoulement de fluide. Elle s'est imposée aujourd'hui comme l'une des méthodes de référence en CFD pour la résolution des problèmes de couplage fluide-solide. Dans cette approche, contrairement aux autres méthodes numériques, l'opérateur de convection dans l'espace des phases (ou de vitesse) est linéaire. Le terme collisionnel de l'équation de Boltzmann est simplifié car il est défini comme un processus de relaxation vers un état d'équilibre. De plus, la pression est obtenue à partir d'une loi d'état, tandis que dans les simulations directes des équations de Navier-Stokes, la pression satisfait à l'équation de Poisson. Il est à noter, toutefois, que la simulation numérique des écoulements fluides incompressibles représente une grande difficulté pour la LBM classique, car cette dernière est basée sur des fluctuations de la densité, qui est reliée entre autres à la pression du fluide. L'un des atouts majeurs de l'approche LBM réside dans sa simplicité à traiter les conditions aux limites aux frontières des discontinuités (ou obstacles) présents dans l'écoulement. De nombreux articles ont été publiés sur le couplage des méthodes LBM et

DEM, voir parmi eux [69; 70; 71; 72; 73; 14], et les travaux plus récents de Mutabaruka et al. [74] sur l'étude des avalanches sous-marines.

La méthode LBM peut être couplée à la méthode de frontière immergée (IBM) en référence à la méthode développée en 1972 par Peskin [75] pour tenir compte des conditions aux limites de non-glissement sur les frontières n'adhérant pas au maillage car la méthode LBM utilise un maillage régulier sur lequel les particules se déplacent suivant des règles bien établies. La méthode hybride LBM-IBM [76; 77] est largement utilisée pour le calcul des écoulements 3D et se couple aisément avec les méthodes classiques telles que la méthode MEF mais aussi la Méthode des Éléments Discrets.

Modèle SPH - MEF/DEM

Comme on l'a vu, la méthode SPH est une méthode sans maillage basée sur des techniques de calcul des interactions hydrodynamiques. Elle représente un domaine fluide par un ensemble de micro-particules portant chacun un ensemble de propriétés physiques qui concernent le phénomène étudié (vitesse, pression, densité, masse, force, etc.). Ces informations restent accessibles durant le mouvement de chaque particule fluide. Elle s'appuie sur la notion d'opérateur-intégrable pour l'approximation des paramètres physiques portés par chaque particule d'un domaine donné. Cette approche peut naturellement s'associer à un modèle continu de type MEF ou discret DEM. L'impact d'un jet sur une paroi est un test classique de validation du couplage SPH-MEF. L'étude de l'impact d'un jet sur une aube de turbine Pelton a été proposée par Marongiu [78]. Une validation 2D du modèle de couplage SPH-MEF a été également proposé par Fourey et al [79]. Pour le modèle SPH-DEM, les cas tests classiques de validation sont par exemple l'étude d'un écoulement autour d'un cylindre fixe pour des nombres de Reynolds inférieurs à 100 ainsi que les problèmes de sédimentation d'une ou plusieurs particules dans un fluide [80; 81]. Des problèmes plus complexes, comme notamment les avalanches sous-marines ou l'écoulement de sol granulaire monodisperse, dans un tambour rempli d'eau ou non, ont pu être traités et produisent des résultats de qualité, très satisfaisants pour des faibles valeurs du nombre de Reynolds [82; 80]. Plus récemment, J. Sjah et al. [60] ont proposé en s'appuyant sur cette méthode une étude de l'érosion interne dans les ouvrages hydrauliques.

Parmi la famille des méthodes sans maillage, une méthode très prometteuse pour résoudre les problèmes d'interaction fluide-structures impliquant de grands déplacements et de grandes déformations est la Méthode du Point Matériel (MPM) [83; 84]. La méthode MPM est une extension de la PIC. Dans cette méthode de description double, lagrangienne et eulerienne, les particules (points matériels) portent toute l'information matérielle et transportent ainsi la loi de comportement de manière lagrangienne sur un maillage de calcul eulerien, voir Figure 1.16. Parmi ses caractéristiques remarquables, la méthode MPM permet très simplement de discrétiser des géométries complexes et un traitement robuste et direct des contacts. Ces méthodes sont utilisées avec succès pour traiter de problème de géotechniques et permet par exemple d'étudier le comportement à la rupture et la propagation des fissures dans les matériaux granulaires composites.

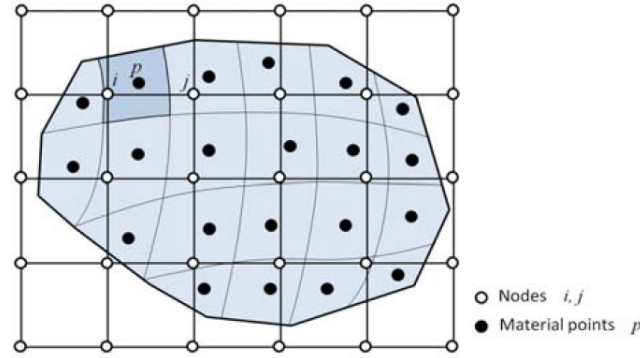


FIGURE 1.16 – Discretisation spatiale du domaine de calcul dans la méthode MPM. Figure extraite de Alonso et al. [6]

Les modèles de réseau poral

Ces approches sont basées sur une représentation simplifiée du milieu poreux comme un assemblage de canaux connectés les uns aux autres, ou réseau de pores. Ces modèles cherchent à établir une expression de la perméabilité en fonction de la géométrie du réseau de pores [85; 86]. Ils donnent une définition adéquate des échanges de fluide en fonction de la géométrie locale de la microstructure. Parmi ces modèles, on peut citer le réseau de capillaires parallèles, le modèle de Saffman, modèle des canaux tortueux, canaux à section variable ou encore le modèle de Carman-Kozeny. L'étude du modèle de réseau poral est dédiée principalement aux écoulements dans l'espace interstitielle (ou pores) de solides rigides. Un poreux réel comprend en général des canaux obturés, zones sans écoulement qui ne peuvent participer à la perméabilité bien qu'elles contribuent à la fraction volumique. De plus, la condition d'homogénéité n'est pas toujours réalisée en pratique car les matériaux poreux naturels, comme les roches, sont parfois constitués de différentes échelles de réseaux de pores. À l'échelle microscopique par exemple, un écoulement préférentiel à fort gradient de pression peut s'établir dans un réseau poral de fractures. Dans ce cas, les différents modèles décrits précédemment ne peuvent plus s'appliquer. Un couplage entre la DEM et un modèle d'écoulement basé sur le modèle de Darcy dans le réseau de pores pour une configuration 2D a été proposé par Hakuno et Tarumi [87], puis par Bonilla [88]. Plus récemment, Catalano et al. [89; 90; 91] ont proposé un modèle basé sur le couplage hydromécanique entre la méthode DEM et un modèle d'écoulement visqueux à l'échelle des pores avec une formulation en volumes finis (DEM-PVF).

1.4 Fluidisation des milieux granulaires immergés

Les phénomènes naturels mettant en jeu le passage d'un fluide (liquide ou gaz) dans un milieu granulaire immergé sont nombreux. On peut citer, parmi eux, l'émission d'hydrocarbures en surface de sédiments marins [92], les fractures hydrauliques [93], la formation de cratères par dépôts successifs d'ejecta en milieu océanique, ou les volcans de sable [94; 95; 96; 12; 13]. Comprendre la dynamique de ces systèmes multiphasiques constituent

un enjeu important pour la compréhension des phénomènes naturels en géophysique, tels que l'érosion des sols et des structures rocheuses, la liquéfaction, les laves torrentielles, les glissements de terrain, la propagation d'éboulements rocheux, ou d'écoulement pyroclastiques, d'avalanches de neige, le transport sédimentaire, la formation des dunes de sables, les mouvements des fonds marins, etc.. Ils sont également omniprésents dans de nombreux secteurs industriels. Parmi les principaux secteurs d'activités mettant en jeu des écoulements de mélanges de fluides et de grains, on peut citer le génie civil, l'industrie pétrolière et minière, l'industrie chimique, l'industrie pharmaceutique, l'industrie agroalimentaire. Les applications ayant connu un succès commercial certain sont notamment le raffinage de produits pétroliers, le séchage (probablement l'application la plus développée), le traitement des eaux urbaines et des effluents industriels, la production d'acrylonitrile, le procédé Unipol de synthèse du polyéthylène, les lits fluidisés ou encore la combustion de charbon ou de déchets.

De nombreuses études expérimentales, analytiques et numériques ont été réalisées pour étudier la création et le développement d'instabilités hydromécaniques lors du passage d'un écoulement fluide à travers un empilement granulaire immergé. C'est typiquement la situation de la fluidisation d'un matériau granulaire. La fluidisation est le processus par lequel les particules d'un solide divisé sont mises en suspension par un gaz ou un liquide. Lorsqu'un fluide traverse du bas vers le haut une couche de grains immergée, cette dernière subit une force de frottement dont l'intensité augmente notamment avec la vitesse de passage de l'écoulement entre les grains dans l'espace interstitiel. La force de frottement peut alors devenir d'intensité également à celle du poids apparent des particules. Lorsque c'est effectivement le cas, les grains voient leurs poids équilibré par la force de frottement et acquièrent de ce fait la possibilité de se mouvoir librement. Cette configuration est celle des lits fluidisés, par opposition à l'état statique qui précède la mise en fluidisation (voir Fig. 1.17).

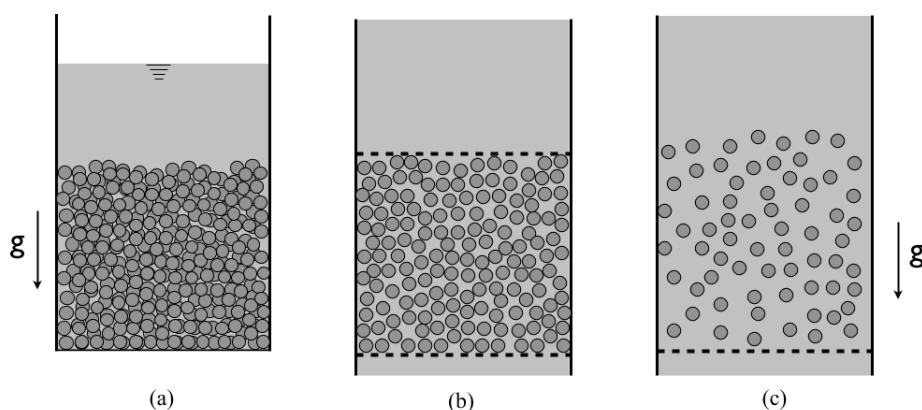


FIGURE 1.17 – (a) Milieu granulaire immergé. (b) Écoulement à travers un milieu poreux. (c) Lit fluidisé.

Les phénomènes physiques mis en jeu lors de la remontée de fluide dans un empilement granulaire immergé dépendent en grande partie de la nature gazeuse ou liquide de la phase fluide, des caractéristiques de l'écoulement (densité, viscosité), mais aussi des

caractéristiques des particules (taille, forme et densité) et des conditions d'injection (diamètre, débit d'injection, uniformité de la vitesse).

Une classification empirique en fonction du comportement en fluidisation a été réalisée par Baeyens et Geldart en 1973 [7]. Les particules sont classées, des plus fines aux plus grosses, en quatre catégories :

- Catégorie C : Particules cohésives ou poudre très fine (farine, talc et ciment) dont la taille est inférieure à $60\ \mu m$. Elles sont difficiles à fluidiser car les forces d'interactions entre les grains sont plus importantes que les forces hydrodynamiques.
- Catégorie A : Particules aéarables de taille inférieure à $100\ \mu m$. Ces particules fines sont faciles à fluidiser et se caractérisent par une zone de fluidisation homogène pour de faibles vitesses de fluidisation avant l'apparition de petites zones de bulles pour des vitesses très importantes.
- Catégorie B : Particules de diamètre compris entre $100\ \mu m$ et $200\ \mu m$. Elles sont très faciles à fluidiser, comme le sable, et leur état de fluidisation se caractérise par l'apparition de bulles dès que la vitesse du fluide est supérieure à la vitesse minimale de fluidisation.
- Catégorie D : Grosses particules (diamètre supérieure à $600\ \mu m$) dont la fluidisation nécessite une vitesse relativement importante. Elle se caractérise par l'apparition de grosses bulles explosives ou du channeling.

Les différentes catégories sont récapitulées sur la Figure 1.18.

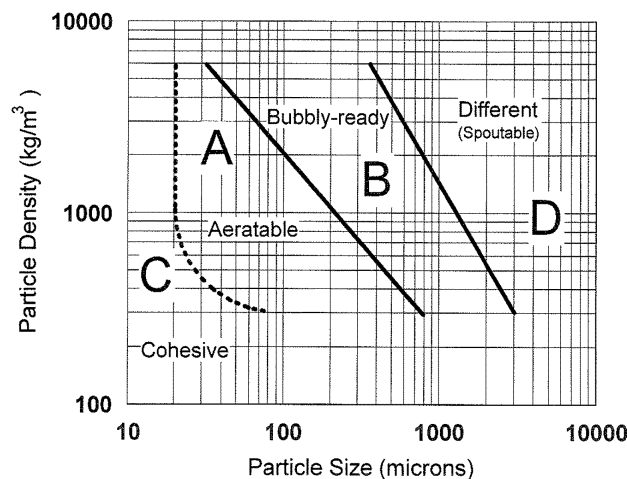


FIGURE 1.18 – Classification de Baeyens et Geldart. Figure extraite de Geldart [7].

Le comportement d'un lit granulaire immergé soumis à un écoulement fluide est caractérisé par la vitesse débitante du fluide en amont de l'empilement au seuil de fluidisation. Cette vitesse, notée U_c dans la suite, est la vitesse minimale ou seuil critique de fluidisation. Il existe de nombreuses corrélations empiriques dans la littérature permettant de calculer la vitesse minimale de fluidisation selon certaines conditions

opérateurs.

Les différents états de fluidisation susceptibles d'être rencontrés en fonction de la vitesse d'écoulement U du fluide sont résumés ci-dessous :

- Régime statique : Pour des vitesses de fluide faibles (vitesses inférieures à la vitesse minimale de fluidisation), les forces visqueuses ne sont pas suffisantes pour compenser le poids des grains. Le lit reste fixe et ce dernier est alors assimilé à un milieu poreux rigide dans lequel s'écoule le fluide. Cet état est indépendant de la nature gazeuse ou liquide de l'écoulement qui traverse le lit granulaire.
- Régime de fluidisation particulaire : Lorsque la vitesse augmente jusqu'à atteindre la vitesse minimale de fluidisation U_c , les forces visqueuses (ou le gradient de pression) deviennent suffisamment importantes pour équilibrer le poids des grains. Ces derniers bougent alors légèrement et se mettent en suspension. Les grains s'éloignent légèrement les uns des autres, la section de passage du fluide augmente, et la vitesse diminue, ainsi que les frottements. La suspension quitte alors son état compacte et on observe ensuite l'expansion du lit. Au delà du seuil, l'état de fluidisation du lit diffère selon la nature gazeuse ou liquide de la phase fluide, mais aussi selon les caractéristiques des particules.
- Régime de pistonage : Si l'on augmente la vitesse du fluide, le lit subit une expansion uniforme jusqu'à ce que la vitesse d'écoulement atteigne la vitesse minimale de bullage. En fluidisation liquide, le régime de bullage est difficilement observable. Cependant, en fluidisation gazeuse, le régime de bullage apparaît dès que la vitesse minimale de fluidisation U_c est atteinte car elle est identique à la vitesse d'apparition des bulles U_{mb} . Cette vitesse correspond à la formation de bulles au sein du lit fluidisé. La taille des bulles, ainsi que leur vitesse, augmente avec la vitesse d'écoulement du fluide et la hauteur du lit. C'est lorsque le diamètre des bulles devient comparable au diamètre de la colonne de fluidisation que l'on parle de régime de pistonage. Ces bulles confèrent ainsi au lit fluidisé l'aspect d'un liquide en ébullition et leurs propriétés présentent de nombreuses analogies avec des bulles de gaz dans un liquide.
- Régime de fluidisation turbulente : Ce régime se caractérise par une coalescence permanente des bulles conduisant à des chemins préférentiels de l'écoulement par des canaux à travers le lit. La surface du lit est difficilement discernable. Le passage vers le régime turbulent en fluidisation liquide est progressif, car il peut apparaître un régime oscillatoire caractérisé par une alternance, sous forme d'ondes planes, de zones pauvres ou dépourvues de grains et de zones compactes.
- Régime de fluidisation rapide : Si l'on continue d'augmenter la vitesse d'écoulement, les grains vont, à partir d'une certaine vitesse (vitesse de l'écoulement supérieure à la vitesse terminale de chute d'une particule), être entraînés par le fluide hors du lit. Alors apparaît le régime de fluidisation rapide. On note cependant aussi la présence de petits agglomérats de particules redescendant près des parois.
- Régime de transport pneumatique : Si l'on continue à augmenter la vitesse d'écoulement, les grains sont alors transportés à une vitesse proche de celle du fluide,

et dans ces conditions la suspension est diluée. Elle se caractérise par une faible concentration où les grains sont entièrement suspendus dans le fluide avec l'absence du phénomène de retour de particules en paroi.

Il convient néanmoins de remarquer que tous les régimes de fluidisation qui viennent d'être présentés ne sont pas systématiquement observables lorsqu'on augmente la vitesse du fluide traversant le milieu granulaire immergé. En effet, les transitions entre ces différents régimes dépendent, comme nous l'avons souligné précédemment, de la nature et des propriétés physiques du fluide et des grains (densité, viscosité, taille, forme etc.), mais aussi d'autres facteurs comme par exemple la hauteur initiale du lit ou le type de diffuseurs utilisés pour uniformiser l'écoulement.

Pour analyser les phénomènes physiques mis en jeu lors de la remontée de fluide à travers un milieu granulaire quelconque (sols, sédiments, roches, etc.) l'étude de la fluidisation d'un milieu granulaire immergé constitue un cas d'écoulement intéressant, sur le plan académique, pour tester et valider les modèles multiphasiques au moyen d'observations expérimentales.

Des instabilités hydromécaniques ont été observées expérimentalement et modélisées dans le cas de la fluidisation localisée d'un milieu granulaire immergé lorsque la section de l'écoulement à la base de l'empilement est de petite taille [13; 12; 97; 98; 99; 100; 14]. Comme cela sera développé plus en détail au chapitre 3, les travaux expérimentaux de Zoueshtiagh et Merlen [12], puis ceux de Philippe et Badiane [13] ont montré qu'en fonction du débit d'injection fluide l'on distingue trois principaux régimes dont un régime statique, un régime de cavité fluidisée, qui se développe localement au dessus de la zone d'injection, et un régime de cheminée fluidisée pour lequel la couche de grains au dessus de la zone d'injection est fluidisée sur toute la hauteur du lit. De même, ces expériences ont montré la présence d'un effet d'hystérésis lorsque la cheminée, préalablement fluidisée, est lentement défluidisée par diminution du débit d'injection.

Des instabilités hydromécaniques par fluidisation en conduit ont été également observées au sein de matériaux granulaires immergés soumis à un gradient hydraulique uniforme [97]. Nous pouvons citer les travaux notables de Rigord et al. [97], Niven et Khalili [101], Van Zyl et al [102], Alsaydalani et al. [16], Mahadevan et al. [103] et Apte et al. [104]. Des travaux numériques sur la question ont été menés par Cui et al. [14]. Ils ont développé un modèle numérique combinant une modélisation discrète pour la phase solide et un modèle continu basé sur la résolution des équations de Navier-Stokes par une méthode particulière, la méthode Lattice Boltzmann, pour rendre compte de l'hydrodynamique dans l'espace interstitiel. C'est un modèle très comparable qui a été développée dans le cadre de ce travail de thèse.

Des fissurations par fluidisation sont également évoquées en sédimentologie pour expliquer certaines structures géologiques spécifiques au sein de couches sédimentaires stratifiées [105; 94]. La fluidisation le long de chemins préférentiels de moindre résistance hydraulique au sein des roches pyroclastiques a également été mentionnée par Roche et al. [100]. Des mécanismes assez similaires sont reliés à d'autres processus géologiques, comme les remontées de fluide, principalement du gaz, dans les lits sédimentaires non consolidés

[95; 96; 106] ou la création de conduits magmatiques de forme divergente [107]. Dans les procédés de production froide des huiles visqueuses, la fluidisation localisée le long d'un réseau de chenaux situés principalement autour de la zone d'extraction a été évoquée [108; 109; 110]. Le comportement des suspensions granulaires très concentrées joue un rôle fondamental pour l'extraction de gaz et d'hydrocarbures des roches de grès, pour la séquestration du CO_2 ou encore pour le procédé de fracturation hydraulique permettant la récupération des gaz de schiste [111]. La remontée de suspension granulaire au sein des roches souterraines, le long d'un conduit vertical, de géométrie cylindrique, a été évoquée par Gallo et Woods [98] qui ont proposé un modèle de prédiction de la cinétique de croissance de ces instabilités. Papamichos et al. [113] ont également proposé un modèle d'érosion couplant les lois de conservation de la dynamique des fluides et un modèle de type Darcy pour l'extraction de pétrole des gisements de roches réservoirs. Enfin, certains systèmes de fluidisation de sédiments servent entre autres de moyens de maintenance des voies navigables [112].

Conclusion

Partant du rôle de la fluidisation dans le phénomène d'érosion interne d'un ouvrage hydraulique, ce chapitre a montré l'importance du couplage fluide-grains dans le développement d'instabilités hydromécaniques de type fluidisation au sein d'empilements granulaires immergés. Le choix des méthodes numériques utilisées dans le cadre de ce travail est en grande partie lié au domaine d'application visé. On souhaite ici aborder le comportement mécanique et hydraulique d'une assemblée de grains immergés sous l'action d'un écoulement liquide interne et être en mesure de suivre l'évolution de la structure interne du matériau où les comportements collectifs peuvent mener à sa réorganisation, modifiant ainsi en retour l'écoulement drainant.

Quelques approches numériques ont été décrites succinctement. Par la suite, on se limitera au cas 2D pour la modélisation d'interaction fluide-grains dans les milieux granulaires immergés basée sur deux méthodes particulières, à la fois sur la Méthode des Éléments Discrets (DEM) pour décrire le comportement mécanique d'un empilement de grains cylindriques et sur la Méthode Lattice Boltzmann (LBM) pour rendre compte de l'hydrodynamique du fluide dans l'espace interstitiel.

La configuration étudiée dans le cadre de ce travail, est celle de la remontée d'un écoulement liquide à travers une couche de grains immergée. L'écoulement fluide se fait à la base de l'empilement, au niveau d'une ou deux buses d'injection de taille généralement petite devant les dimensions du système.

Deuxième partie

Méthodes numériques et expérimentales

Chapitre 2

Méthodes numériques LBM et DEM

Introduction

Comme on l’a vu au chapitre précédent, depuis plusieurs décennies, de nombreuses approches numériques ont été développées pour la résolution des équations différentielles de la dynamique des fluides. Pour cette étude numérique de la déstabilisation par fluidisation des milieux granulaires immergés deux méthodes particulières ont été retenues pour leur bonne adéquation aux spécificités du problème (phase solide discrète et mobile) : la méthode LBM pour traiter la partie fluide dont les aspects fondamentaux sont présentés à la section 2.1, ainsi que la méthode DEM pour traiter la partie solide qui sera présentée section 2.2. Le couplage LBM-DEM sera abordé dans la section 2.2.4, et nous conclurons ce chapitre par des tests de validations de problèmes classiques de mécanique des fluides à la section 2.3.

2.1 Méthode Lattice Boltzmann (LBM)

2.1.1 Un peu d’histoire

La Méthode de Boltzmann sur Réseau (LBM - Lattice Boltzmann Method) est une méthode numérique relativement nouvelle par rapport aux approches classiques (Éléments finis, Volumes finis, etc.) utilisées en simulation numérique. Cette méthode, développée au début des années 90, est issue d’une part de la théorie cinétique des gaz et d’autre part des automates cellulaires. La théorie cinétique des gaz est née en 1857 suite aux travaux de Rudolf Clausius, mais ses bases rigoureuses reposent principalement sur les travaux de James Clerk Maxwell et Ludwig Boltzmann dans la seconde moitié du 19^{ème} siècle. Les succès de la théorie cinétique des gaz ont constitué un argument fondamental à l’appui de la théorie atomique de la matière. Elle a pour but d’expliquer le comportement et l’évolution de systèmes physiques comportant un grand nombre de degrés de libertés (on parle aussi de systèmes macroscopiques) à partir des caractéristiques de leurs constituants microscopiques, que sont les atomes, les molécules, les électrons, etc. Ainsi, en 1872, Boltzmann propose sa célèbre équation intégral-différentielle (2.1) permettant de décrire l’évolution spatio-temporelle d’une fonction $f = f(\mathbf{x}, \mathbf{c}, t)$ représentant la densité des particules qui, au temps t , ont la position \mathbf{x} et la vitesse \mathbf{c} .

$$\partial_t f + \mathbf{c} \cdot \nabla_x f + \frac{\mathbf{F}}{m} \cdot \nabla_c f = \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{coll} \quad (2.1)$$

Cette équation de la théorie cinétique permet de décrire l'évolution de la dynamique d'un gaz rarefié vers un état d'équilibre. Le membre de gauche de l'équation continue de Boltzmann décrit le mouvement des particules soumises à l'action d'une force de volume (par exemple le poids) \mathbf{F} . Le membre de droite $(\partial f / \partial t)_{coll}$ est le terme dit de collision (ou d'interaction) : il traduit la variation, du fait des collisions élastiques et inélastiques, du nombre de particules dans un élément de volume de l'espace des phases. Pour éviter toute confusion de notation, nous remplacerons $(\partial f / \partial t)_{coll}$ par $Q(f, f)$ où Q désigne, de façon globale, l'opérateur de collisions :

$$\partial_t f + \mathbf{c} \cdot \nabla_x f + \frac{\mathbf{F}}{m} \cdot \nabla_c f = Q(f, f) \quad (2.2)$$

Une des principales difficultés de la résolution de l'équation de Boltzmann, tant du point de vue théorique que du point de vue numérique, est la modélisation du terme collisionnel. Boltzmann lui-même n'avait qu'une idée approximative de cet opérateur. Ce n'est que plus tard, dans les années 1920, que les travaux indépendants de Sydney Chapman et David Enskog s'intéressant à la dynamique collisionnelle des particules considérées comme des sphères dures ont permis d'établir des liens directs entre l'équation de Boltzmann et celles de Navier-Stokes. En 1954, naît le premier modèle simple de l'opérateur de collision proposé par Prabhu Lal Bhatnagar, Eugene Gross et Max Krook [114; 115; 116]. Ce modèle est basé sur l'hypothèse que la collision des particules peut être décrite comme une relaxation, en un temps donné, des particules vers un état d'équilibre donné. Ainsi dès 1954, la physique statistique a montré que l'équation de Boltzmann, munie du modèle BGK, permettait de modéliser la dynamique des fluides régie par les équations de Navier-Stokes.

Historiquement, la méthode LBM dérive des automates cellulaires et plus précisément des méthodes de Gaz sur Réseau (LGCA - Lattice Gas Cellular Automata). Les automates cellulaires consistent en des particules qui se déplacent sur un réseau, suivant des règles établies, en reproduisant la dynamique moléculaire. L'évolution des systèmes se divise en deux étapes : collision et propagation. Pendant la phase de propagation, chaque particule est advectée vers un nœud voisin suivant sa direction de vitesse. Une seule particule est permise par nœud. Par conséquent, lorsque plusieurs particules arrivent sur un même nœud, la phase de collision détermine leurs interactions. Contrairement aux méthodes numériques basées sur la résolution des équations aux dérivées partielles liant les propriétés macroscopiques des fluides, la méthode des automates cellulaires de gaz sur réseau permet de retrouver les grandeurs macroscopiques (vitesse, pression ou température) par simulation des interactions entre particules. Les automates cellulaires apparaissent pour la première fois dans les années 50 avec les travaux de John Von Neumann, Stanislas Ulam et Konrad Zuse et utilisent des variables booléennes [117]. Le premier modèle des automates cellulaires avec discrétisation spatiale et temporelle appliqué à la simulation numérique en mécanique des fluides a été proposé par Hardy, Pomeau et Pazzis en 1973 (modèle HPP) [118]. Ce modèle ne permettait pas de retrouver le comportement d'un fluide régi par les équations de Navier-Stokes. Il fut suivi, en 1986, par le modèle FHP proposé par Frish,

Hasslacher et Pomeau [119], basé sur une meilleure symétrie du réseau et permettant pour la première fois d'avoir, dans la limite incompressible et des nombres de Mach petits, un comportement équivalent à celui que l'on obtiendrait par la résolution des équations de Navier-Stokes. Malgré les avantages offerts par la modélisation des automates de gaz sur réseau, ces derniers restent limités principalement par le bruit intrinsèque dû à l'utilisation de variables booléennes et au non respect de l'invariance galiléenne. La Méthode Lattice Boltzmann a été introduite pour la première fois en 1988 par McNamara et Zannetti [120] pour réduire les limitations relatives aux simulations par automates sur réseau. Le modèle de Boltzmann a été proposé pour retrouver les propriétés hydrodynamiques de telle sorte que les variables booléennes dans les automates cellulaires soient remplacées par des variables réelles comprises entre 0 et 1. L'apparition des modèles de Boltzmann sur réseau actuels se fera progressivement avec la linéarisation de l'opérateur de collision sous forme matricielle autour d'un état de solution d'équilibre local proposé par Higuera et Jimenez [121] en 1989, par l'utilisation de l'opérateur de collision BGK par Koelman [122] en 1991, puis par Chen et Matthaeus [123] et Quian et al. [115] en 1992. Présentée comme une amélioration des méthodes des gaz sur réseau, la méthode LBM a connu de grands progrès et est devenue une méthode alternative reconnue pour la résolution des problèmes complexes de la dynamique des fluides.

2.1.2 Construction de la Méthode Lattice Boltzmann

L'équation de Boltzmann

L'idée fondamentale du modèle LBM est que la dynamique d'un système physique n'est rien d'autre que le résultat d'un comportement collectif de l'ensemble des particules constituant ce système. En d'autres termes, le comportement macroscopique d'un fluide dépend directement de son comportement microscopique. La description d'un gaz rarefié constitué de particules identiques est faite à l'aide d'une fonction de distribution f dont l'évolution est régie par l'équation continue de Boltzmann (2.1). Où, comme déjà précisé, $f = f(\mathbf{x}, \mathbf{c}, t)$ représente la densité des particules ayant la vitesse \mathbf{c} à la position \mathbf{x} au temps t . Plus concrètement, cette fonction f est définie telle que $f(\mathbf{x}, \mathbf{c}, t) d\mathbf{x} d\mathbf{c}$ correspond à la densité de probabilité qu'une particule ait une vitesse comprise entre \mathbf{c} et $\mathbf{c} + d\mathbf{c}$, et une position comprise entre \mathbf{x} et $\mathbf{x} + d\mathbf{x}$ dans l'espace des phases.

On remarque alors que les quantités macroscopiques de l'écoulement sont obtenues à partir des moments de la fonction de distribution en considérant toutes les vitesses possibles dans \mathbb{R}^3 :

$$\rho = \int_{\mathbb{R}^3} f d\mathbf{c} \quad (2.3)$$

$$\rho \mathbf{u} = \int_{\mathbb{R}^3} \mathbf{c} f d\mathbf{c} \quad (2.4)$$

$$\rho e = \int_{\mathbb{R}^3} \frac{1}{2} |\mathbf{c} - \mathbf{u}|^2 f d\mathbf{c} \quad (2.5)$$

où ρ est la densité du fluide, $\rho \mathbf{u}$ correspond à la quantité de mouvement et ρe l'énergie cinétique, avec $e = \frac{3}{2} k_B T$ où k_B est la constante de Boltzmann et T la température.

Opérateur de collision

L'opérateur de collision $Q(f, f)$ représente un bilan statistique des collisions entre les particules. En ne considérant que les collisions binaires transformant les vitesses $[\vec{c}_1, \vec{c}_2]$ (pré-collision) en vitesses $[\vec{c}'_1, \vec{c}'_2]$ (post-collision) et en faisant l'hypothèse de *chaos moléculaire* (les vitesses des deux particules avant collision sont décorréées), cet opérateur s'écrit sous la forme :

$$Q(f, f) = \iint \Sigma(\Omega) d\Omega (f'_1 f'_2 - f_1 f_2) \|\vec{c}_1 - \vec{c}_2\| dc_2 \quad (2.6)$$

où $f'_1 = f(\mathbf{x}, \vec{c}'_1, t)$, $f'_2 = f(\mathbf{x}, \vec{c}'_2, t)$ sont les fonctions de distributions après collision, $f_1 = f(\mathbf{x}, \vec{c}_1, t)$, $f_2 = f(\mathbf{x}, \vec{c}_2, t)$ avant collision; \vec{c}_2 est la vitesse de la particule cible avant le choc, \vec{c}_1 celle de la particule inciente; $\Sigma(\Omega)$ est la section efficace différentielle microscopique de collisions élastiques et $d\Omega = \sin \theta d\theta d\phi$, l'angle solide élémentaire. L'opérateur $Q(f, f)$ possède diverses propriétés importantes dont celles de la conservation de la masse, de la quantité du mouvement et de l'énergie pendant la collision. Cependant, la formulation mathématique obtenue reste assez compliquée et la résolution exacte d'un tel opérateur de collision est difficilement envisageable pour une simulation pratique [55].

Invariants de collision

Malgré l'expression complexe de l'opérateur de collision et quelque soit sa forme, il possède certaines caractéristiques qui permettent de l'étudier. Une propriété importante est qu'il existe des fonctions telles que :

$$\int Q(f, f) \psi(c) dc = 0 \quad (2.7)$$

où $\psi(c)$ sont les invariants de collisions. Parmi ces fonctions, nous avons $\psi_0 = 1$, $\psi_{1,2,3} = c_i$ (les composants du vecteur vitesse) et $\psi_4 = c^2$. On peut montrer que cette condition est en particulier vérifiée pour l'expression (2.7) [127; 126; 124; 125]. Une expression générale des invariants est alors donnée par la combinaison linéaire de ces invariants élémentaires, à partir desquelles nous pouvons construire d'autres invariants :

$$\psi(c) = A + B c + C c^2 \quad (2.8)$$

Théorème H de Boltzmann

Dans le but d'alléger une telle formulation de l'opérateur de collision, on introduit la quantité \mathbb{H} définie par :

$$\mathbb{H}(t) = \int f(\mathbf{x}, \vec{c}, t) \ln f(\mathbf{x}, \vec{c}, t) d\mathbf{x} dc \quad (2.9)$$

Cette quantité varie en sens inverse de l'entropie et représente, à une constante près, celle-ci. La densité d'entropie est définie par :

$$s = - \int f(\mathbf{x}, \vec{c}, t) \ln f(\mathbf{x}, \vec{c}, t) d\mathbf{x} d\mathbf{c} \quad (2.10)$$

En multipliant l'équation de Boltzmann (2.1) par $\ln f$ et intégrant selon la vitesse \mathbf{c} , on obtient alors :

$$\int d\mathbf{c} \ln f \frac{\partial f}{\partial t} + \int d\mathbf{c} (\vec{c} \cdot \nabla_x f) \ln f = \int d\mathbf{c} \ln f Q(f, f) \quad (2.11)$$

En introduisant la densité du flux local d'entropie définie par :

$$j_s = - \int f(\mathbf{x}, \vec{c}, t) \ln f(\mathbf{x}, \vec{c}, t) \mathbf{c} d\mathbf{c} \quad (2.12)$$

L'équation d'évolution locale de la densité d'entropie est donnée :

$$\frac{\partial s}{\partial t} + (\nabla_x \cdot j_s) = - \int d\mathbf{c} \ln f(\mathbf{x}, \vec{c}, t) Q(f, f) \quad (2.13)$$

On peut alors montrer assez simplement que le terme de droite de l'équation (2.13) est toujours positif ou nul, et déduire la relation suivante :

$$\frac{\partial \mathbb{H}}{\partial t} \leq 0 \quad (2.14)$$

Cette formule constitue le théorème \mathbb{H} de Boltzmann [124; 125; 126; 127]. Ce théorème n'est rien d'autre qu'une formulation du second principe de la thermodynamique qui stipule en particulier que l'entropie d'un système isolé ne peut qu'augmenter. Il s'avère que cette augmentation converge vers un état stationnaire, dit état d'équilibre, pour lequel l'entropie ne varie plus.

État d'équilibre

Une autre propriété de l'opérateur de collision est qu'il existe des fonctions de distributions vérifiant le théorème \mathbb{H} de Boltzmann pour lesquelles cet opérateur devient nul. Un tel état est décrit par une fonction de distribution à l'équilibre f^{eq} solution de l'équation $Q(f, f) = 0$ vérifiant :

$$f^{eq}(c'_1) f^{eq}(c'_2) = f^{eq}(c_1) f^{eq}(c_2) \quad (2.15)$$

En appliquant le logarithme :

$$\ln f^{eq}(c'_1) + \ln f^{eq}(c'_2) = \ln f^{eq}(c_1) + \ln f^{eq}(c_2) \quad (2.16)$$

Ceci revient à dire que $\ln f^{eq}$ est un invariant de collision. D'après l'expression générale des invariants de collisions, la forme générale de la fonction de distribution à l'équilibre est donnée par :

$$\ln f^{eq} = A + B \mathbf{c} + C \mathbf{c}^2 \quad (2.17)$$

Avec A , B et C des constantes. Nous pouvons également écrire f^{eq} sous la forme suivante :

$$f^{eq} = A' \exp \left[-\frac{C}{2} \left(\mathbf{c} - \frac{\mathbf{B}'}{C'} \right)^2 \right] \quad (2.18)$$

Pour déterminer ces constantes A' , B' et C' , nous utilisons les relations (2.3), (2.4) et (2.5) :

$$A' = \frac{\rho}{(2\pi k_B T)^{3/2}} \quad (2.19)$$

$$B' = \frac{\mathbf{u}}{k_B T} \quad (2.20)$$

$$C' = \frac{1}{k_B T} \quad (2.21)$$

Finalement, à l'équilibre, la fonction de distribution s'écrit sous la forme :

$$f^{eq}(\mathbf{c}) = \frac{\rho}{(2\pi k_B T)^{3/2}} \exp \left(-\frac{(\mathbf{c} - \mathbf{u})^2}{2k_B T} \right) \quad (2.22)$$

Cette distribution particulière est la distribution de Maxwell-Boltzmann qui décrit l'équilibre d'un gaz parfait. Cette distribution est la solution à l'équilibre de l'équation continue de Boltzmann. D'après le théorème \mathbb{H} , elle est la distribution particulière vers laquelle une distribution f quelconque doit converger. Ainsi, ce théorème permet la construction d'un opérateur de collision plus simple que celui présenté par l'équation (2.6).

L'approximation BGK proposé par **B**hatnagar-**G**ross-**K**rook [114; 115; 116] en 1954 exprime l'opérateur de collision comme une relaxation des fonctions de distribution f vers un état d'équilibre en un temps caractéristique donné τ . Cet opérateur peut prendre alors la forme suivante :

$$Q_{BGK}(f) = -\frac{1}{\tau} [f(\mathbf{x}, \mathbf{c}, t) - f^{eq}(\mathbf{x}, \mathbf{c}, t)] \quad (2.23)$$

Dans la suite, nous ne considérerons aucune force de volume et les effets de pesanteur seront négligés. L'équation de Boltzmann munie de l'opérateur de collision BGK s'écrit :

$$\partial_t f + \mathbf{c} \cdot \nabla_x f = -\frac{1}{\tau} [f(\mathbf{x}, \mathbf{c}, t) - f^{eq}(\mathbf{x}, \mathbf{c}, t)] \quad (2.24)$$

Discretisation de l'équation de Boltzmann-BGK

L'équation de Boltzmann munie de l'opérateur de collision BGK décrit l'évolution de la fonction de distribution $f = f(\mathbf{x}, \mathbf{c}, t)$ en fonction de l'espace, des vitesses ou moments et du temps. Par conséquent, la méthode LBM résulte donc d'une triple discrétisation [55; 128]. Des restrictions importantes sont imposées quant aux choix de la géométrie des réseaux que l'on peut utiliser lorsque l'on a en vue la représentation de la dynamique des fluides régie par les équations de Navier-Stokes. Dans la méthode LBM, le spectre infini de

vitesses \mathbf{c} associées aux distributions doit être discrétisé pour ne considérer qu'un ensemble fini de valeurs \mathbf{c}_α dans \mathbb{R}^3 , avec α l'indice de discrétisation. Ainsi, chaque particule ne peut se déplacer que selon un nombre fini de directions fixées et ne peut se retrouver à chaque pas de temps qu'à une position définie par un nœud (héritage des automates de gaz sur réseau). Les fondements théoriques de la construction des modèles à vitesses discrètes ont été étudiés en détails par He et al. [129]. Ainsi, comme les vitesses que peuvent prendre les particules fluides sont limitées en un ensemble fini de possibilités, on utilise alors des fonctions de distribution partielles $f_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{t})$, solutions de l'équation continue de Boltzmann à vitesses discrètes définie par :

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + \vec{c}_{\alpha,i} \frac{\partial f_\alpha}{\partial x_i} = -\frac{1}{\tau} [f_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{t}) - f_\alpha^{eq}(\mathbf{x}, \mathbf{t})] \quad (2.25)$$

où f_α est la fonction de distribution discrétisée et \mathbf{c}_α est l'ensemble des vitesses discrètes dans la direction i . Les grandeurs hydrodynamiques sont données par les moments de la fonctions de distribution f_α :

$$\rho = \sum_{\alpha} f_\alpha^{eq} = \sum_{\alpha} f_\alpha \quad (2.26)$$

$$\rho \mathbf{u} = \sum_{\alpha} f_\alpha^{eq} \mathbf{c}_\alpha = \sum_{\alpha} f_\alpha \mathbf{c}_\alpha \quad (2.27)$$

$$\rho e = \frac{1}{2} \sum_{\alpha} |\mathbf{c}_\alpha - \mathbf{u}|^2 f_\alpha^{eq} = \frac{1}{2} \sum_{\alpha} |\mathbf{c}_\alpha - \mathbf{u}|^2 f_\alpha \quad (2.28)$$

La discrétisation spatio-temporelle de l'équation continue de Boltzmann à vitesses discrètes (2.25) sur réseau est donnée par :

$$f_\alpha(\mathbf{x}_i + \mathbf{c}_\alpha \Delta t, \mathbf{t} + \Delta t) - f_\alpha(\mathbf{x}_i, \mathbf{t}) = -\frac{1}{\tau} [f_\alpha(\mathbf{x}_i, \mathbf{t}) - f_\alpha^{eq}(\mathbf{x}_i, \mathbf{t})] \quad (2.29)$$

La méthode LBM est utilisée classiquement avec différents schémas d'intégration [55; 130]. Conventionnellement, une structure de réseau avec q directions, définies sur un espace de dimension d , est généralement identifiée par le nom : $DdQq$. Pour les écoulements 2D, le modèle de Boltzmann sur réseau D2Q9 (Fig. 2.1a) est le plus utilisé. C'est ce modèle qui sera utilisé et étudié dans toute la suite.

Pour simuler les écoulements 3D, les modèles de réseaux cubiques à vitesses discrètes D3Q15, D3Q19 et D3Q27 (Fig. 2.2) sont les plus couramment utilisés.

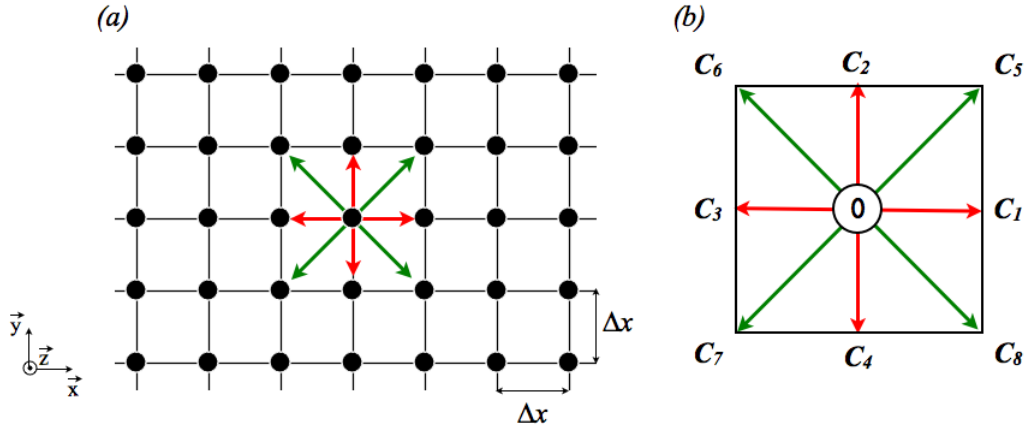


FIGURE 2.1 – (a) Maillage structuré uniforme ; (b) Modèle D2Q9.

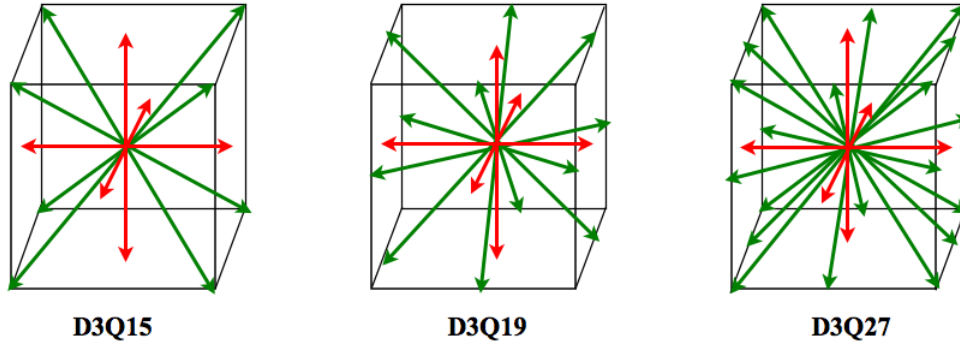


FIGURE 2.2 – Modèles Lattice Boltzmann tridimensionnels.

Le modèle 2D à 9 vitesses : D2Q9

Pour des applications numériques l'équation de Boltzmann-BGK a été discrétisée dans l'espace, le temps et l'espace des vitesses. Une des spécificités de la méthode LBM est le lien entre le pas d'espace Δx et le pas de temps Δt , soit $\Delta x = |\mathbf{c}| \Delta t$. Cette relation implique que, pendant un pas de temps donné Δt , les particules se déplacent de nœud en nœud sur une maille Δx .

Pour le modèle D2Q9 (Fig. 2.1b), la densité et la vitesse macroscopique du fluide sont données par les moments de la fonction de distribution discrétisée f_α :

$$\rho(\mathbf{x}, t) = \sum_{\alpha=0}^8 f_\alpha^{eq}(\mathbf{x}, t) = \sum_{\alpha=0}^8 f_\alpha(\mathbf{x}, t) \quad (2.30)$$

$$\rho \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \sum_{\alpha=0}^8 f_\alpha^{eq}(\mathbf{x}, t) \mathbf{c}_\alpha = \sum_{\alpha=0}^Q f_\alpha(\mathbf{x}, t) \mathbf{c}_\alpha \quad (2.31)$$

La fonction d'équilibre d'un tel modèle correspond donc à la fonction de Maxwell-

Boltzmann dont le développement en polynômes d'Hermite est tronqué à l'ordre 2 :

$$f_{\alpha}^{eq} = \rho \omega_{\alpha} \left[1 + \frac{(\mathbf{c}_{\alpha} \cdot \mathbf{u})}{k_B T} + \frac{(\mathbf{c}_{\alpha} \cdot \mathbf{u})^2}{2(k_B T)^2} - \frac{\mathbf{u}^2}{2k_B T} \right] \quad (2.32)$$

où ω_{α} sont les coefficients de pondération de la fonction d'équilibre associés aux vitesses discrètes \mathbf{c}_{α} du type de réseau utilisé. Une description détaillée du calcul des coefficients de pondération de la fonction d'équilibre Maxwell-Boltzmann est donné dans [131]. Une telle approximation est applicable pour des écoulements peu compressible à faible nombre de Mach. Les coefficients ω_{α} , et les vitesses discrètes \mathbf{c}_{α} du modèle D2Q9 sont présentés dans le tableau 2.1.

α	0	1	2	3	4	5	6	7	8
\mathbf{c}_x	0	1	0	-1	0	1	-1	-1	1
\mathbf{c}_y	0	0	1	0	-1	1	1	-1	-1
ω_{α}	$\frac{4}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$

TABLE 2.1 – Pondération de la fonction d'équilibre et vitesses discrètes du modèle D2Q9.

La vitesse de propagation du son sur le réseau est donnée par :

$$\mathbf{c}_s = \mathbf{c} / \sqrt{3} \quad (2.33)$$

où la vitesse du réseau \mathbf{c} est définie par : $\mathbf{c} = \Delta x / \Delta t$. La vitesse de diffusion de l'information sur le réseau \mathbf{c}_s est liée à la température du système par la relation $\mathbf{c}_s = \sqrt{k_B T}$.

Adimensionnement

L'un des éléments clés pour l'application de la méthode LBM aux problèmes de physique est la conversion correcte des unités du réseau en unités physiques. En pratique, pour des raisons de simplification dans son implémentation, on utilise des grandeurs sans dimension. Ici, on notera les grandeurs sans dimension avec une barre (Tableau 2.2). Par exemple, la vitesse du réseau adimensionnelle $\bar{\mathbf{c}} = \bar{\Delta x} / \bar{\Delta t} = 1$.

Méthode Lattice Boltzmann

L'équation discrétisée de Boltzmann sur réseau munie de l'opérateur de collision BGK pour un écoulement incompressible et isotherme s'écrit sous la forme :

$$f_{\alpha}(\mathbf{x}_i + \mathbf{c}_{\alpha} \Delta t, t + \Delta t) = f_{\alpha}(\mathbf{x}_i, t) - \frac{1}{\tau} [f_{\alpha}(\mathbf{x}_i, t) - f_{\alpha}^{eq}(\mathbf{x}_i, t)] \quad (2.34)$$

L'évaluation de l'évolution des fonctions de distributions f_{α} se fait en deux étapes successives : la collision et la propagation. Dans l'équation adimensionnée (2.34), l'étape de collision illustre la variation des distributions entre deux pas de temps consécutifs t et $t + \Delta t$. Cette étape permet de définir un état post-collision \tilde{f}_{α} à $t + \Delta t$, associé à une distribution particulière f_{α} à t . La fonction de distribution post-collisionnelle s'écrit alors :

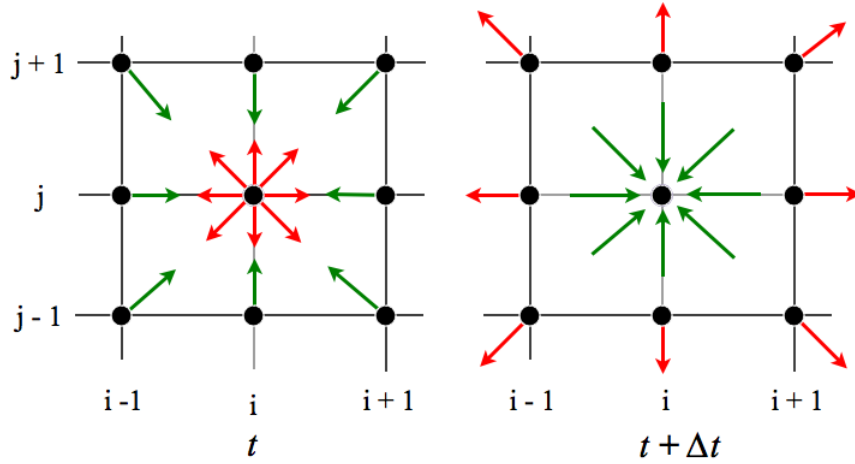
Variables	Physiques	Sur réseau	Relation
Densité	ρ	$\bar{\rho} = 1$	$\rho = \rho_0 \bar{\rho}$
Pas d'espace	Δx	$\bar{\Delta}x = 1$	-
Pas de temps	Δt	$\bar{\Delta}t = 1$	-
Coordonnées	\mathbf{x}	$\bar{\mathbf{x}}$	$\mathbf{x} = \bar{\mathbf{x}} \Delta x$
Temps	t	\bar{t}	$t = \bar{t} \Delta t$
Vitesse	\mathbf{u}	$\bar{\mathbf{u}}$	$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} \Delta x / \Delta t$
Viscosité cinématique	ν	$\bar{\nu}$	$\nu = \bar{\nu} \Delta x^2 / \Delta t$
Force	F	\bar{F}	$F = \bar{F} \rho \Delta x^4 / \Delta t^2$

TABLE 2.2 – Variables physiques et adimensionnelles sur réseau.

$$\tilde{f}_\alpha(\mathbf{x}_i, t) = f_\alpha(\mathbf{x}_i, t) - \frac{1}{\tau} [f_\alpha(\mathbf{x}_i, t) - f_\alpha^{eq}(\mathbf{x}_i, t)] \quad (2.35)$$

La propagation des distributions entre deux pas de temps consécutifs est illustrée à la figure 2.3. Pour chaque cellule, les distributions sont advectées sur la cellule adjacente dans la direction des vitesses de discrétisation du réseau.

$$f_\alpha(\mathbf{x}_i + \mathbf{c}_\alpha \Delta t, t + \Delta t) = \tilde{f}_\alpha(\mathbf{x}_i, t) \quad (2.36)$$

FIGURE 2.3 – Propagation des distributions depuis une cellule (i, j) .

L'équation de Boltzmann BGK (2.34) permet de retrouver les équations de Navier-Stokes incompressible ($Ma \ll 1$) à l'aide d'un développement multi-échelle, dit développement de Chapman-Enskog [130]. Ce développement permet de compléter le lien entre les grandeurs macroscopiques et microscopiques en explicitant la relation entre la viscosité cinématique du fluide ν et le temps caractéristique de relaxation τ .

$$\nu = c_s^2 \Delta t \left(\tau - \frac{1}{2} \right) \quad (2.37)$$

où $\tau > 1/2$.

Et la pression du fluide est reliée à la densité par l'équation d'état :

$$P(\rho) = c_s^2 \rho \quad (2.38)$$

La simulation des écoulements de fluide basée sur la méthode LBM présente certaines propriétés qui la rendent facile d'utilisation, contrairement aux approches classiques utilisées en Mécanique des Fluides Numériques :

- Le terme d'advection $(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}$ dans les équations de Navier-Stokes est résolue sans approximation le long des lignes de courant.
- Comme nous le verrons dans la suite, les conditions aux limites s'expriment en terme de relations locales élémentaires.
- Les algorithmes de type LBM sont explicites, robustes (pas de contrainte sur le pas de temps Δt), faciles à programmer et parallélisables.
- Adaptation à des géométries complexes de type milieux poreux
- Le champ de pression est obtenu à partir de l'écoulement sans avoir à résoudre un problème de Poisson qui est généralement couteux en temps de calcul.

Modèle à Temps de Relaxation Multiples (MRT)

En raison de son extrême simplicité et de la rapidité de calculs, l'approche BGK est devenue le plus populaire des modèles de Boltzmann sur réseau, en dépit de déficiences bien connues [132; 133]. Le modèle de l'équation de Boltzmann sur réseau à temps de relaxation multiples (MRT) a été introduit par D'Humi re et al. [132; 134; 135] pour améliorer la stabilité numérique du modèle BGK. L'idée de base de ce modèle est que les moments de la fonction de distribution peuvent relaxer à des temps caractéristiques différents, contrairement au modèle BGK où tous les moments relaxent avec la même dynamique. Le modèle MRT possède les mêmes composants algorithmiques que le modèle BGK : la collision et la propagation.

Dans l'approche MRT, l'étape de collision se fait dans l'espace des moments et celle de propagation dans l'espace des vitesses. La fonction de distribution est alors projetée dans l'espace des moments et les moments résultants sont donnés par la relation :

$$\mathbf{m} = \mathbf{M} \cdot \mathbf{f} \quad (2.39)$$

où $\mathbf{f} = [f_0, f_1, \dots, f_8]^T$ est le vecteur des fonctions de distribution associé au vecteur des moments $\mathbf{m} = [\rho, e, \epsilon, j_x, q_x, j_y, q_y, p_{xx}, q_{xy}]^T$. Les éléments du vecteur des moments \mathbf{m} comprennent des quantités conservées telles que la densité, la quantité de mouvement, ainsi que d'autres quantités non conservées, telles que les composantes du tenseur de contraintes visqueuses. La matrice de transformation \mathbf{M} permet le passage de l'espace des vitesses dans l'espace des moments et vice-versa. L'équation (2.39) peut alors s'écrire sous la forme :

$$\begin{pmatrix} \rho \\ e \\ \epsilon \\ j_x \\ q_x \\ j_y \\ q_y \\ p_{xx} \\ q_{xy} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -4 & -1 & 2 & -1 & 2 & -1 & 2 & -1 & 2 \\ 4 & -2 & 1 & -2 & 1 & -2 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} f_0 \\ f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ f_5 \\ f_6 \\ f_7 \\ f_8 \end{pmatrix}$$

où e est l'énergie, $\epsilon = e^2$, j_x et j_y les flux de masse, q_x et q_y les flux d'énergie et p_{xx} et q_{xy} les composantes du tenseur de contraintes visqueuses.

L'équation du modèle MRT devient :

$$\mathbf{f}(\mathbf{x} + \mathbf{c}\Delta t, t + \Delta t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) - \mathbf{M}^{-1} \hat{\mathbf{S}} [\mathbf{m}(\mathbf{x}, t) - \mathbf{m}^{eq}(\mathbf{x}, t)] \quad (2.40)$$

où la matrice de collision (ou de relaxation) $\hat{\mathbf{S}} = \mathbf{M} \cdot \mathbf{S} \cdot \mathbf{M}^{-1}$ est une matrice diagonale contenant les différents temps de relaxation, et les \mathbf{m}^{eq} sont les valeurs à l'équilibre des moments \mathbf{m} .

La matrice de relaxation $\hat{\mathbf{S}}$ est définie comme :

$$\hat{\mathbf{S}} = \text{diag} [0, s_2, s_3, 0, s_5, 0, s_7, s_8, s_9] \quad (2.41)$$

où les éléments de cette matrice sont égaux à l'inverse des temps de relaxation des moments correspondants : $s_\alpha = 1/\tau_\alpha$. En prenant $s_8 = s_9 = 1/\tau$, on retrouve la même expression de la viscosité donnée par l'équation (2.37). Les coefficients s_2, s_3, s_5 et s_7 sont alors calculés pour une stabilité optimale [135; 136]. Notons que pour $\hat{\mathbf{S}} = 1/\tau \mathbf{Id}$, le modèle BGK apparaît comme un cas particulier du modèle MRT où tous les temps de relaxation sont égaux.

Les moments d'équilibre \mathbf{m}^{eq} des quantités non conservées sont donnés par :

$$e^{eq} = -2\rho + 3(j_x^2 + j_y^2) \quad (2.42a)$$

$$\epsilon^{eq} = \rho - 3(j_x^2 + j_y^2) \quad (2.42b)$$

$$q_x^{eq} = -j_x \quad (2.42c)$$

$$q_y^{eq} = -j_y \quad (2.42d)$$

$$p_{xx}^{eq} = j_x^2 - j_y^2 \quad (2.42e)$$

$$p_{xy}^{eq} = j_x j_y \quad (2.42f)$$

avec $\mathbf{j} = \rho \mathbf{u}$.

La vitesse du son est toujours posée égale à $\mathbf{c}_s = \mathbf{c}/\sqrt{3}$ et la viscosité cinématique du fluide est définie par :

$$\nu = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{s_9} - \frac{1}{2} \right) \frac{\Delta x^2}{\Delta t} \quad (2.43)$$

La caractéristique principale de l'approche MRT consiste en des temps de relaxation ajustables qui apportent un certain nombre de degrés de liberté supplémentaires dans la construction des fonctions de distributions d'équilibre local des moments non-conservés. Ceci permet d'améliorer la stabilité numérique.

Algorithme de la méthode LBM

La résolution numérique de l'équation discrétisée de Boltzmann sur réseau est simple et directe [135; 137]. Les principales étapes peuvent se résumer comme suit :

1. *Définition du maillage*

Choix de Δx avec ν et c_s fixés. Ceci impose la valeur de $\Delta t = \Delta x / \sqrt{3} c_s$ et de τ d'après (2.37).

2. *Initialisation des variables*

Définition de l'état initial des variables macroscopiques (ρ et \mathbf{u}), puis calcul de la fonction d'équilibre correspondante. Les fonctions de distribution de départ sont alors le plus souvent initialisées avec la fonction d'équilibre.

3. *Etape de collision*

BGK : $\tilde{f}(\mathbf{x}, t) = f(\mathbf{x}, t) - \frac{1}{\tau} [f(\mathbf{x}, t) - f^{eq}(\mathbf{x}, t)]$

MRT : $\tilde{f}(\mathbf{x}, t) = f(\mathbf{x}, t) - \mathbf{M}^{-1} \hat{\mathbf{S}} [\mathbf{m}(\mathbf{x}, t) - \mathbf{m}^{eq}(\mathbf{x}, t)]$

4. *Conditions aux limites*

Imposition des conditions aux limites selon le système étudié.

5. *Etape de propagation*

$f(\mathbf{x} + \Delta \mathbf{x}, t + \Delta t) = \tilde{f}(\mathbf{x}, t)$

6. *Calcul des paramètres*

Calcul des nouvelles variables macroscopiques.

Calcul de la nouvelle fonction d'équilibre puis retour à l'étape 3.

Conditions aux limites

Un des avantages majeurs des modèles LB est leur capacité à intégrer de façon simple des conditions aux limites complexes et géométriquement très irrégulières [138; 179; 139; 140; 53]. Contrairement aux méthodes CFD classiques dans lesquelles on fixe aisément des valeurs aux grandeurs macroscopiques (par exemple, le non-glissement

aux bords du domaine), nous ne disposons d'aucune information physique sur le comportement de la fonction de distribution sur les frontières. En général, nous ne disposons que d'informations macroscopiques. Les liens entre les grandeurs macroscopiques et microscopiques permettent alors d'explicitier le comportement de la fonction de distribution aux frontières. Plusieurs auteurs ont étudié le comportement de diverses conditions aux limites [140; 141; 142; 143; 144; 145; 146; 147; 148; 149; 150; 151]. Cette multiplicité de publications traduit bien le fait que les conditions aux limites constituent un problème complexe pour les modèles LBM car celles-ci affectent considérablement la précision et la stabilité de la simulation numérique.

Ici, on s'intéressera aux conditions aux limites de Zou et He, 1997 [147] dans le cas des frontières fixes. Le cas des frontières mobiles sera abordé plus en détails dans la suite. Dans l'approche de Zou et He, seules les composantes inconnues de la fonction de distribution aux frontières sont remplacées. Le point fort de cette méthode est la précision numérique, en particulier en 2D, tandis que le point faible est le manque de stabilité numérique pour des nombres de Reynolds élevés.

Conditions aux limites de non-glissement (No-slip boundary) Il s'agit ici d'imposer une vitesse nulle sur une frontière la condition de non-glissement ou Bounce Back [140; 141; 152; 153]. Une particule f_α qui au temps t se déplace d'un nœud fluide \mathbf{x}_f vers un nœud solide $\mathbf{x}_b = \mathbf{x}_f + c_\alpha \Delta t$, se trouvera au pas de temps suivant $t + \Delta t$ à la même position \mathbf{x}_f , mais se déplaçant en sens inverse :

$$f_{\bar{\alpha}}(\mathbf{x}_f, t + \Delta t) = \tilde{f}_\alpha(\mathbf{x}_f, t) \quad (2.44)$$

où $c_{\bar{\alpha}}$ est la vitesse de direction opposée à c_α et \tilde{f}_α la fonction de distribution post-collision définie par l'équation (2.35). Comme illustré sur la figure 2.4, on considère une paroi fixe située à mi-distance entre un nœud fluide et un nœud solide pour laquelle la vitesse s'annule (schéma du *halfway* Bounce Back).

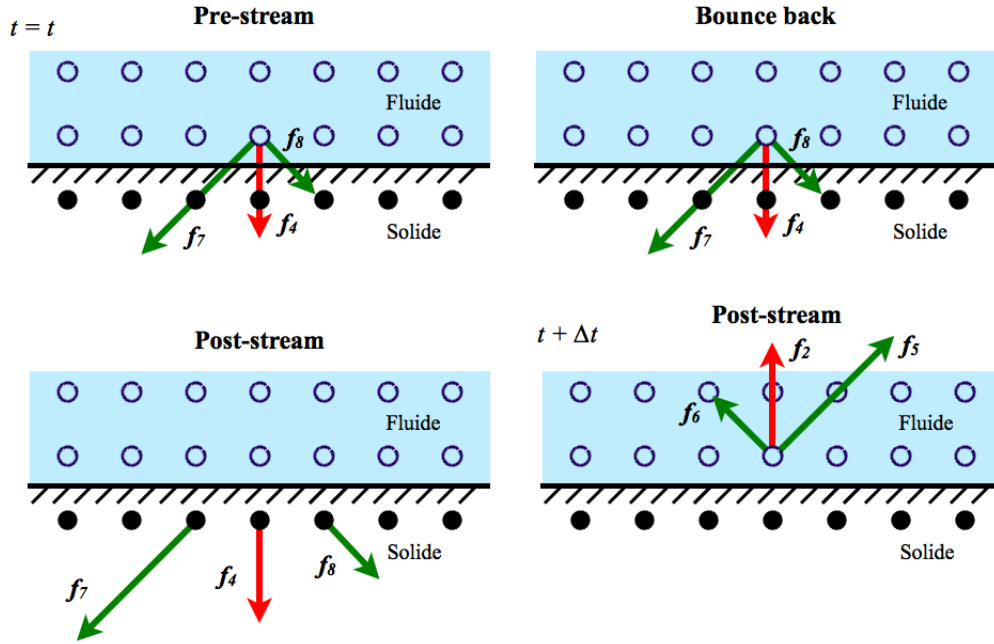


FIGURE 2.4 – Illustration des conditions aux limites de non-glissement du fluide par la méthode de *halfway* Bounce Back.

Conditions aux limites Périodiques Les conditions aux limites périodiques [55; 54] sont les conditions les plus simples à mettre en place avec la méthode LBM. Ces conditions sont adéquates pour des phénomènes physiques où les effets de surface jouent un rôle négligeable, notamment en rhéologie, afin de se rapprocher des conditions expérimentales. La Figure 2.5 montre le principe de base de cette implémentation et illustre comment, à chaque pas de temps, les fonctions de distributions sont advectées aux frontières du domaine périodique.

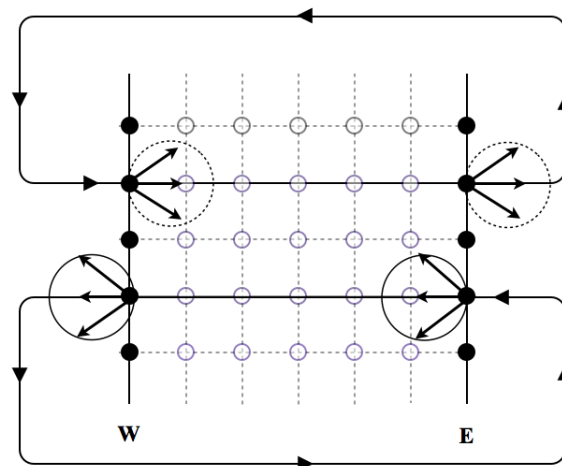


FIGURE 2.5 – Schéma 2D des conditions aux limites périodiques.

Si nous notons par « In » les fonctions de distributions entrantes et par « Out » celles sortantes, pour le modèle D2Q9, les fonctions de distributions inconnues aux limites périodiques sont données par les relations :

Sur $\{W, E\}$:

$$\mathbf{f}\{\text{In}, E\} = \{f_3, f_6, f_7\} \quad \mathbf{f}\{\text{Out}, E\} = \{f_1, f_5, f_8\} \quad (2.45)$$

$$\mathbf{f}\{\text{In}, W\} = \mathbf{f}\{\text{Out}, E\} \quad \mathbf{f}\{\text{Out}, W\} = \mathbf{f}\{\text{In}, E\} \quad (2.46)$$

Sur $\{N, S\}$:

$$\mathbf{f}\{\text{In}, N\} = \{f_4, f_7, f_8\} \quad \mathbf{f}\{\text{Out}, N\} = \{f_2, f_5, f_6\} \quad (2.47)$$

$$\mathbf{f}\{\text{In}, S\} = \mathbf{f}\{\text{Out}, N\} \quad \mathbf{f}\{\text{Out}, S\} = \mathbf{f}\{\text{In}, N\} \quad (2.48)$$

Conditions aux limites de Dirichlet (Pressure Boundary) Dans la méthode LBM, comme nous avons pu le constater, la pression et la densité du fluide sont reliées au travers de l'équation d'état : $P(\rho) = c_s^2 \rho$. Donc imposer une condition aux limites de pression revient à imposer une conditions aux limites de densité.

Considérons un nœud typique situé sur une frontière, comme illustré sur la Figure 2.6, auquel nous appliquons une conditions aux limites de pression. Pour cela, nous devons spécifier la densité $\rho = \rho_0$ du fluide. Sur la frontière supposons $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} 0 \\ v \end{bmatrix}$.

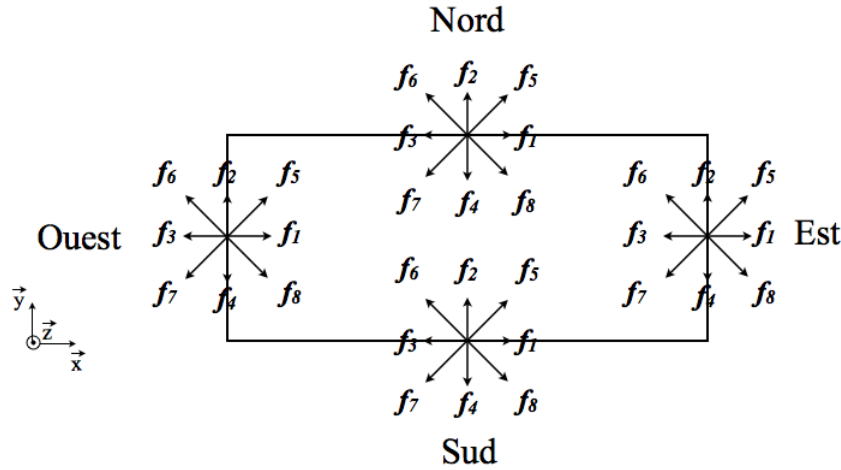


FIGURE 2.6 – Configuration des conditions aux limites avec la méthode LBM.

D'après les équations (2.30) et (2.31), nous obtenons les relations suivantes :

$$f_4 + f_7 + f_8 = \rho_0 - (f_0 + f_1 + f_2 + f_3 + f_5 + f_6) \quad (2.49)$$

$$f_4 + f_7 + f_8 = \rho_0 v + (f_2 + f_5 + f_6) \quad (2.50)$$

D'après Zou et He [?], la variation par rapport à l'équilibre des fonctions normales à la frontière est supposée constante :

$$f_2 - f_2^{eq} = f_4 - f_4^{eq} \quad (2.51)$$

La résolution de ce système permet alors de déterminer les fonctions de distributions inconnues f_4 , f_7 et f_8 sur la face Nord :

$$v = 1 - \frac{(f_0 + f_1 + f_3) + 2(f_2 + f_5 + f_6)}{\rho_0} \quad (2.52)$$

$$f_4 = f_2 - \frac{2}{3}\rho_0 v \quad (2.53)$$

$$f_7 = f_5 + \frac{1}{2}(f_1 - f_3) - \frac{1}{6}\rho_0 v \quad (2.54)$$

$$f_8 = f_6 - \frac{1}{2}(f_1 - f_3) - \frac{1}{6}\rho_0 v \quad (2.55)$$

Sur la face Sud, les fonctions de distribution inconnues f_2 , f_5 et f_6 sont définies par les relations suivantes :

$$v = -1 + \frac{(f_0 + f_1 + f_3) + 2(f_2 + f_5 + f_6)}{\rho_0} \quad (2.56)$$

$$f_2 = f_4 + \frac{2}{3}\rho_0 v \quad (2.57)$$

$$f_5 = f_7 - \frac{1}{2}(f_1 - f_3) + \frac{1}{6}\rho_0 v \quad (2.58)$$

$$f_6 = f_8 + \frac{1}{2}(f_1 - f_3) + \frac{1}{6}\rho_0 v \quad (2.59)$$

Conditions aux limites de Neumann (Flux Boundary) En suivant la même procédure que pour les conditions aux limites en pression et en spécifiant la vitesse aux frontières $\mathbf{u}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ v_0 \end{bmatrix}$, nous obtenons :

Sur la face Nord :

$$\rho = \frac{f_0 + f_1 + f_3 + 2(f_2 + f_5 + f_6)}{(1 + v_0)} \quad (2.60)$$

$$f_4 = f_2 - \frac{2}{3}\rho v_0 \quad (2.61)$$

$$f_7 = f_5 + \frac{1}{2}(f_1 - f_3) - \frac{1}{6}\rho v_0 \quad (2.62)$$

$$f_8 = f_6 - \frac{1}{2}(f_3 - f_1) - \frac{1}{6}\rho v_0 \quad (2.63)$$

Sur la face Sud :

$$\rho = \frac{f_0 + f_1 + f_3 + 2(f_4 + f_7 + f_8)}{(1 - v_0)} \quad (2.64)$$

$$f_2 = f_4 + \frac{2}{3}\rho v_0 \quad (2.65)$$

$$f_5 = f_7 - \frac{1}{2}(f_1 - f_3) + \frac{1}{6}\rho v_0 \quad (2.66)$$

$$f_6 = f_8 + \frac{1}{2}(f_3 - f_1) + \frac{1}{6}\rho v_0 \quad (2.67)$$

Quelques propriétés numériques de la méthode LBM

Précision, Stabilité La notion de précision fait référence à l'erreur introduite par la discrétisation spatio-temporelle de l'équation de Boltzmann par remplacement des opérateurs différentiels par des différences finies. Un tel schéma numérique utilise une précision d'ordre 2 [55].

Afin de pouvoir simuler correctement la dynamique des écoulements de fluides par la méthode LBM, les conditions de stabilité du schéma numérique [132; 154] doivent être considérées en permanence. La première condition de stabilité concerne la capacité que possède la méthode à transporter l'information et elle s'exprime par la condition CFL (Courant-Friedrichs-Levy) :

$$\text{CFL} = \frac{\mathbf{u}\Delta t}{\Delta x} < 1 \quad (2.68)$$

D'après la relation $\Delta x = |\mathbf{c}|\Delta t$, la condition CFL se réduit à $Ma = \mathbf{u}/\mathbf{c} < 1$, où Ma représente le nombre de Mach. A cette condition de stabilité s'associe la condition d'incompressibilité du fluide $Ma \ll 1$. En pratique, la vitesse \mathbf{c} est normalisée à 1, ainsi la

condition CFL et d'incompressibilité se réduisent à une condition sur la vitesse du fluide $u \ll 1$. Une autre condition de stabilité bien plus problématique à appliquer concerne la limitation sur le temps caractéristique de relaxation, et indirectement, la viscosité du fluide. Selon le type de fluide représenté et le pas de discrétisation utilisé, le temps caractéristique de la collision varie entre la limite inférieure $1/2$, représentant une viscosité quasi nulle, et la limite supérieure 1 . Au voisinage de ces limites, la méthode LBM devient fortement instable, ces instabilités pouvant se former initialement à proximité des zones de discontinuités comme les frontières solides ou fluide du domaine. Cette contrainte sur la viscosité constitue une limitation pour des simulations d'écoulements à haut nombre de Reynolds et turbulents. La prise en compte de la turbulence [55; 155; 156; 157; 158; 159; 160] peut cependant résoudre ce problème dans une certaine mesure. Ces quelques considérations sont à retenir pour la mise en application de la méthode LBM car elles représentent les principales sources d'instabilités numériques.

Lien entre précision, stabilité et temps de calcul Afin d'employer de manière efficace la méthode LBM pour la simulation d'écoulements de fluides, il est important d'avoir à l'esprit les considérations suivantes. Les paramètres de la méthode et notamment le pas d'espace Δx , le pas de temps Δt et le temps caractéristique de relaxation τ sont liés les uns aux autres par les relations $\Delta x = |c| \Delta t$ et $\nu = c_s \Delta t (\tau - \frac{1}{2})$. Ainsi, pour une simulation, plus le pas d'espace est petit, plus la simulation sera précise, mais plus le pas de temps sera court et, donc, plus la durée de simulation sera longue. Inversement, un pas d'espace grand impliquera un pas de temps grand, la simulation sera alors plus rapide mais moins précise. Il faut également souligner la stabilité de la simulation évoquée ci-dessus. Une diminution du pas de temps génère inversement une augmentation du temps caractéristique de relaxation vers l'équilibre. Inversement, des pas d'espace et de temps trop grands peuvent engendrer des instabilités car l'on se rapproche de la limite de stabilité $\tau = 1/2$.

2.2 Méthode numérique discrete des milieux granulaires (DEM)

La Méthode des Éléments Discrets (DEM - Discrete Element Method) est un outil numérique capable de décrire le comportement mécanique d'objets distincts en interaction. Elle est basée sur l'utilisation d'un schéma numérique explicite dans lequel l'interaction entre les particules est contrôlée par des lois de contact. Cette méthode est parfaitement adaptée pour simuler le comportement mécanique des milieux granulaires. Selon que l'on néglige ou pas les déformations locales aux points de contact, il existe deux méthodes de résolution pour l'étude des modèles discrets : la Dynamique des Contacts et la Dynamique Moléculaire. La méthode utilisée dans nos travaux est celle dite des corps déformables au contact encore appelée Dynamique Moléculaire [2; 161].

La Dynamique Moléculaire autorise une faible interpénétration entre deux corps, interprétée comme une déformation locale au point de contact. Les forces de contact qui agissent sur chaque particule sont déterminées à partir de modèles simples basés sur l'association d'éléments de type ressorts et amortisseurs [162].

L'intégration numérique des équations de Newton permet de décrire l'évolution de chaque particule (positions, vitesses, accélérations), définissant son mouvement instantané de translation et de rotation dans le système :

$$m_i \frac{d^2 \vec{r}_i}{dt^2} = \mathcal{F}_i, \quad i = 1 \dots N, \quad (2.69)$$

$$\mathcal{J}_i \dot{\omega} = \mathcal{M}_i \quad (2.70)$$

où N est le nombre de grains dans la simulation, m_i la masse du grain i , \vec{r}_i sa position, \mathcal{F}_i la force exercée sur le grain i , ω_i sa vitesse angulaire, \mathcal{J}_i son moment d'inertie et \mathcal{M}_i le moment résultant appliqué.

La souplesse de cette méthode est en grande partie due au fait que la force \mathcal{F}_i peut tenir compte d'un grand nombre d'effets. Cette force intègre usuellement les forces de répulsion et de frottement, ainsi que les forces extérieures.

On peut donc écrire :

$$\mathcal{F}_i = \sum_{j \neq i} \mathcal{F}_{ij} + \mathcal{F}_{\text{ext}, i}, \quad (2.71)$$

où \mathcal{F}_{ij} est la force exercée par le grain j sur le grain i . Les forces extérieures $\mathcal{F}_{\text{ext}, i}$ se limitent, dans la plupart des cas, aux forces de gravité : $\mathcal{F}_{\text{ext}, i} = m_i \mathcal{G}$. La prise en compte des forces d'interactions \mathcal{F}_{ij} est indépendante de la méthode numérique choisie. Dans la suite, on présente un modèle simple pour calculer ces forces de contact. Bien que les configurations 3D soient les plus réalistes, les simulations 3D couplées avec le fluide sont particulièrement consommatrices en temps de calcul. Par souci de simplicité, dans ce travail, on se limitera au cas 2D.

2.2.1 Loi constitutive au contact

On considère un milieu granulaire 2D dont les grains se présentent sous forme de disques. On considère le référentiel $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ d'origine O et de base orthonormée $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ (Fig. 2.7). Pour chaque grain i , C_i est le centre de masse et R_i le rayon.

Le repère local $(\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)$ attaché au grain i est centré au point C_i donné par $\overrightarrow{OC_i} = \vec{r}_i$. La vitesse d'un point matériel M est définie par $\vec{v}(M) = \frac{d}{dt}\overrightarrow{OM}$. La rotation du grain i par rapport au référentiel global est repérée par l'angle $\theta_i = \widehat{(\vec{x}, \vec{x}_i)}$. Les vitesses des grains sont notées $\vec{v}_i(C_i) = \frac{d\vec{r}_i}{dt}$ et leur vitesse angulaire $\omega_i = \frac{d\theta_i}{dt}$.

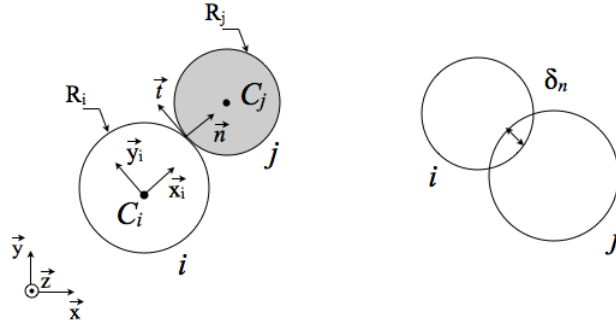


FIGURE 2.7 – Notations utilisées.

Le repère d'interaction $(\vec{n}, \vec{t}, \vec{z})$ est défini, pour deux grains i et j , par :

$$\vec{n} = -\frac{\vec{r}_{ij}}{\|\vec{r}_{ij}\|} \quad (2.72)$$

$$\vec{t} = \vec{z} \wedge \vec{n} \quad (2.73)$$

avec $\vec{r}_{ij} = \overrightarrow{C_i C_j}$.

On décompose alors la force de contact entre ces grains en deux composantes :

$$\mathcal{F}_{ij} = F_n \vec{n} + F_t \vec{t} \quad (2.74)$$

où F_n et F_t sont les composantes normale et tangentielle.

Calcul des forces de contact

Quand deux corps solides entrent en contact, chacun provoque des déformations sur l'autre. Les forces de contact entre deux grains i et j sont fonctions de l'interpénétration δ_n qui est définie par :

$$\delta_n = \|\vec{r}_{ij}\| - (R_i + R_j) \quad (2.75)$$

Si les deux grains s'interpénètrent $\delta_n < 0$, s'ils sont au contact $\delta_n = 0$ et dans le cas où ils ne se touchent pas $\delta_n > 0$.

La force de contact normale est modélisée par :

$$f_n = -k_n \delta_n - \gamma_n v_n, \quad F_n = \begin{cases} 0, & f_n \leq 0, \\ f_n, & f_n > 0, \end{cases} \quad (2.76)$$

où k_n est la raideur au contact normal, γ_n est le coefficient d'amortissement visqueux et où la vitesse relative normale v_n est donnée par la relation :

$$v_n = \frac{d\delta_n}{dt} = (\vec{v}_i - \vec{v}_j) \cdot \vec{n} \quad (2.77)$$

La force tangentielle est régie par la loi de frottement de Coulomb régularisée. On la modélise comme étant due à un ressort qui est étiré par le mouvement relatif de deux grains (Cf Fig. 2.8) :

$$F_t = -\min(|k_t v_t|, \mu F_n) \operatorname{sgn}(v_t) - \gamma_t v_t \quad (2.78)$$

où μ est le coefficient de frottement, k_t et γ_t sont respectivement les coefficients de régulation et d'amortissement tangentielle et où la vitesse relative tangentielle v_t est donnée par :

$$v_t = \frac{d\delta_t}{dt} = (\vec{v}_i - \vec{v}_j) \cdot \vec{t} - (R_i \omega_i + R_j \omega_j) \quad (2.79)$$

Les lois de contact et de frottement utilisées dans ce modèle sont classiques et choisies pour leur simplicité et leur robustesse. Notons qu'il existe des lois de contact plus complexes (Hertz, Hertz-Mindlin, etc.). Une étude détaillée de ces lois de contact peut être consultée dans [163].

2.2.2 Optimisation par voisinage

Le calcul des forces de contact dans l'algorithme DEM nécessite au préalable une évaluation des distances entre grains. Par exemple, pour détecter si un contact a lieu entre le grain considéré i et un autre grain j du milieu, on doit, a priori, évaluer toutes les distances $\delta_{n,ij}$. Si N est le nombre de grains, le calcul des $\delta_{n,ij}$ pour tous les couples de grains est une opération d'ordre N^2 , très coûteuse en temps de calcul, d'autant plus qu'elle est réalisée à chaque pas de temps Δt_{DEM} , et que ces pas de temps sont en général très petits (de l'ordre de 10^{-5} s à 10^{-7} s). En effet, il faut tester chaque paire de grains, pour voir s'il est actif, c'est-à-dire, s'il contient des grains en interaction. Des techniques dites d'optimisation permettent de remédier à ce problème. Ces techniques consistent à ne tester que les grains j contenus dans un voisinage du grain i . Il n'est pas nécessaire de tester chaque paire de grains, car seulement les grains qui se trouvent proches l'un de l'autre peuvent interagir. Plusieurs techniques ont été proposées pour définir ces voisinages : la technique de "quadrillage de l'espace" [164], la technique de "triangularisation dynamique" [165] et la technique "Halo" [161]. Dans notre cas, nous avons opté pour la technique "Halo" qui est plus facile à implémenter que les techniques de triangularisation dynamique et

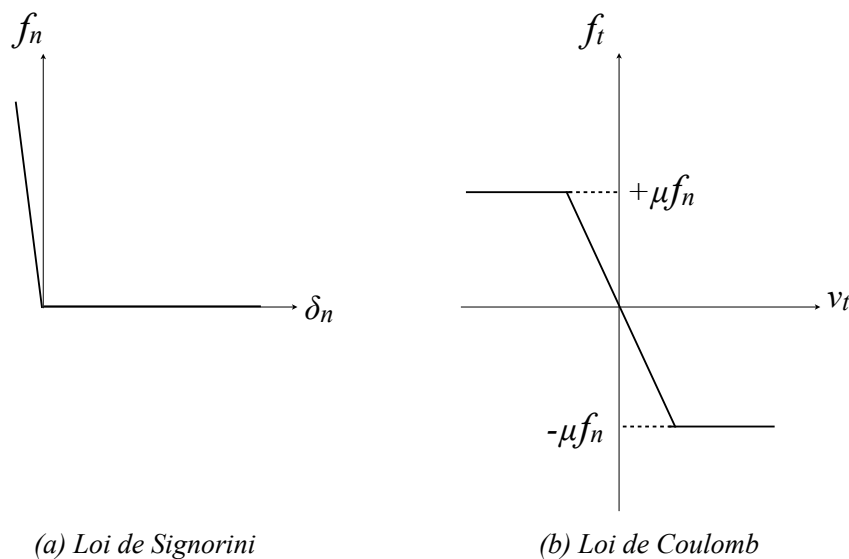


FIGURE 2.8 – Lois de contact et de frottement.

qui est plus adaptée aux granulométries étalées que la technique de quadrillage de l'espace.

La technique "Halo" ou "Liste de Verlet" consiste à maintenir, pour chaque grain i , la liste de ses plus proches voisins. Pour cela, on divise le domaine de simulation en sous-domaines de taille réduite d_v (distance de verlet) ne contenant chacun que quelques grains (Fig. 2.9). En cherchant les paires de grains qui interagissent, on ne teste plus que les grains qui se trouvent dans le même sous-domaine ou, dans les sous-domaines adjacents.

La liste des voisins de chaque grain est mise à jour régulièrement, à des intervalles de temps supérieurs au pas de temps Δt_{DEM} , en calculant les distances entre chaque couple de grains. Entre chaque mise à jour du voisinage, on ne calculera pour le grain i que les distances aux grains j contenus dans le voisinage de i .

2.2.3 Schéma d'intégration des équations du mouvement

Le schéma numérique d'intégration des équations de Newton utilisé est l'algorithme de Velocity Verlet [166; 167; 168]. On calcule les valeurs au temps $t + \Delta t$ des positions

$\mathcal{X}_i \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ \theta_i \end{pmatrix}$, des vitesses $\mathcal{V}_i \begin{pmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{y}_i \\ \dot{\theta}_i \end{pmatrix}$ et accélérations $\mathcal{A}_i \begin{pmatrix} \ddot{x}_i \\ \ddot{y}_i \\ \ddot{\theta}_i \end{pmatrix}$ à partir des positions, des vitesses et des accélérations au temps t .

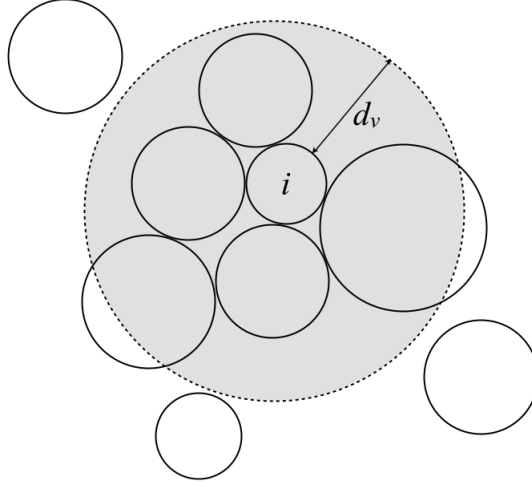


FIGURE 2.9 – Technique d’optimisation par voisinage Halo.

Les équations de Newton s’écrivent :

$$\begin{aligned}
 m_i \ddot{x}_i &= \sum \mathcal{F}_i \cdot \mathcal{X} \\
 m_i \ddot{y}_i &= \sum \mathcal{F}_i \cdot \mathcal{Y} - m_i \mathcal{G} \\
 \mathcal{J}_i \ddot{\theta}_i &= \sum R_i \mathcal{F}_i \cdot \vec{t} - \mathcal{M}_i
 \end{aligned} \tag{2.80}$$

Les nouvelles positions sont obtenues en utilisant l’équation :

$$\mathcal{X}_i(t + \Delta t) = \mathcal{X}_i(t) + \Delta t \mathcal{V}_i(t) + \frac{1}{2} \Delta t^2 \mathcal{A}_i(t) \tag{2.81}$$

Les vitesses sont calculées à un pas de temps intermédiaire $t + \frac{1}{2} \Delta t$:

$$\mathcal{V}_i(t + \frac{1}{2} \Delta t) = \mathcal{V}_i(t) + \frac{1}{2} \Delta t \mathcal{A}_i(t) + o(\Delta t^2) \tag{2.82}$$

Avec les équations (2.81) et (2.82), il est alors possible d’obtenir les valeurs des forces en utilisant les lois de contact du modèle utilisé. Les accélérations $\vec{\mathcal{A}}_i(t + \Delta t)$ sont alors calculées à partir de l’équation (2.80) :

$$\mathcal{A}_i(t + \Delta t) = \mathcal{F}_i(t + \Delta t) / m_i \tag{2.83}$$

Le calcul des vitesses au temps $t + \Delta t$ est obtenue par :

$$\mathcal{V}_i(t + \Delta t) = \mathcal{V}_i(t + \frac{1}{2} \Delta t) + \frac{1}{2} \Delta t \mathcal{A}_i(t + \Delta t) + o(\Delta t^2) \tag{2.84}$$

En substituant $\mathcal{V}_i(t + \frac{1}{2} \Delta t)$ par l’équation (2.82), on obtient finalement pour la vitesse :

$$\mathcal{V}_i(t + \Delta t) = \mathcal{V}_i(t) + \frac{1}{2} \Delta t (\mathcal{A}_i(t + \Delta t) + \mathcal{A}_i(t)) \quad (2.85)$$

2.2.4 Stabilité numérique

Pour assurer la stabilité numérique de la méthode DEM, une attention particulière est portée au choix des paramètres critiques de simulation. Pour définir ces paramètres, on considère l'équilibre d'un système dynamique masse-ressort-amortisseur, avec une masse m fixée, une constante de raideur k , et un coefficient d'amortissement γ :

$$m \frac{d^2 \mathbf{x}}{dt^2} + \gamma \frac{d\mathbf{x}}{dt} + k \mathbf{x} = 0 \quad (2.86)$$

L'amortissement critique correspond au cas où le discriminant de l'équation caractéristique de l'équation différentielle (1.26) est nul. On obtient alors :

$$\gamma_{\text{critique}} = 2 \sqrt{m k} \quad (2.87)$$

Remarquons alors que seuls les cas tels que $0 \leq \gamma < \gamma_{\text{critique}}$, qui correspondent à des régimes sous-amortis, sont possibles. Dans le cas contraire, le rebond d'un grain sur un autre n'est obtenu qu'au bout d'un temps "infini". Par conséquent, on introduit en général un coefficient $\lambda \in [0, 1[$ qui permet de contrôler le taux d'amortissement par rapport à la valeur critique :

$$\gamma = \lambda \gamma_{\text{critique}} \quad (2.88)$$

On peut montrer que le coefficient λ est relié au coefficient de restitution normal

2.2.5 Modèle hybride de couplage DEM-LBM

L'étude des milieux granulaires fixes ou mobiles par approche discrète peut très naturellement s'associer à une méthode particulière fluide, telle que la méthode LBM [170; 69; 70; 171; 172; 173; 174; 175; 176; 177; 14]. Le couplage fluide-particules dans les approches fondées sur les modèles LBM utilise le plus souvent la condition Bounce Back pour modéliser une vitesse nulle du fluide sur les surfaces solides (y compris les obstacles que représentent les grains) [141; 143; 178]. Le modèle hybride de couplage DEM-LBM implémenté dans le cadre de ces travaux de thèse met en œuvre un couplage complet dans lequel, à chaque pas de temps, l'action du fluide sur les particules est évaluée au même titre de celles des particules sur le fluide (principe d'action-réaction) pour une configuration bidimensionnelle.

Dans l'espace LBM, la vitesse de propagation des particules fluides est limitée par la vitesse du réseau $c = \Delta x / \Delta t_{\text{LBM}}$. A chaque pas de temps, les particules fluides peuvent se propager d'un nœud à un nœud voisin ou rester sur place, et ne peuvent pas se trouver à une position intermédiaire entre deux nœuds. Un des atouts les plus importants de la méthode LBM est la simplicité des conditions aux limites à l'interface solide-fluide introduite par la condition de non-glissement ou Bounce Back. C'est l'avantage essentiel pour traiter les écoulements dans des géométries très complexes, telles les milieux poreux.

Cette condition, qui peut ne pas respecter la topologie du maillage régulier, nécessitera une adaptation pour résoudre l'étape de propagation.

L'idée de base de la condition Bounce Back est que, lorsqu'une particule fluide heurte une paroi solide, celle-ci acquiert une quantité de mouvement opposée à celle qu'elle avait avant collision. Une grande partie des travaux de recherche sur les conditions aux limites de la méthode LBM est consacrée à l'analyse et l'amélioration des conditions aux limites Bounce Back [179; 141; 143; 152; 153; 180]. La technique Bounce Back peut atteindre une précision d'ordre 2 si l'interface fluide-solide est placée à mi-chemin entre deux nœuds. Autrement dit, la précision du second ordre de la condition aux limites de non-glissement peut seulement être réalisée quand les frontières sont situées à $\mathbf{x} + \mathbf{c}_\alpha \Delta t/2$, c'est-à-dire au milieu de deux nœuds voisins comme représenté sur la Figure 2.10.

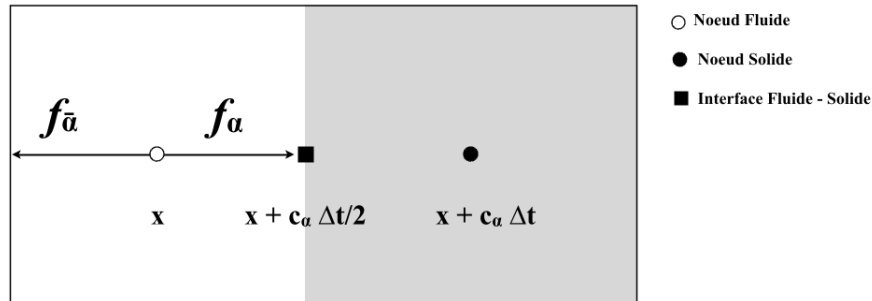


FIGURE 2.10 – Illustration de la technique Bounce Back.

Dans le cas plus général d'une frontière courbe, comme c'est le cas dans nos travaux afin de modéliser le milieu granulaire dont les particules sont des disques, l'utilisation de la condition Bounce Back entraîne une perte de précision et une réduction de l'ordre de convergence [115; 152; 181]. De nombreux auteurs ont proposé des formulations qui permettent d'appliquer une telle condition. Ces différentes approches sont basées sur des méthodes d'interpolation. Pour des raisons de simplicité, nous avons opté pour l'approche par interpolation linéaire de Bouzidi et al. [182]. L'idée principale de ce type d'approche est d'utiliser la distance à l'interface fluide-solide pour pouvoir augmenter la précision, tout en conservant l'ordre de convergence en vitesse de la méthode LBM [135; 140; 182; 183].

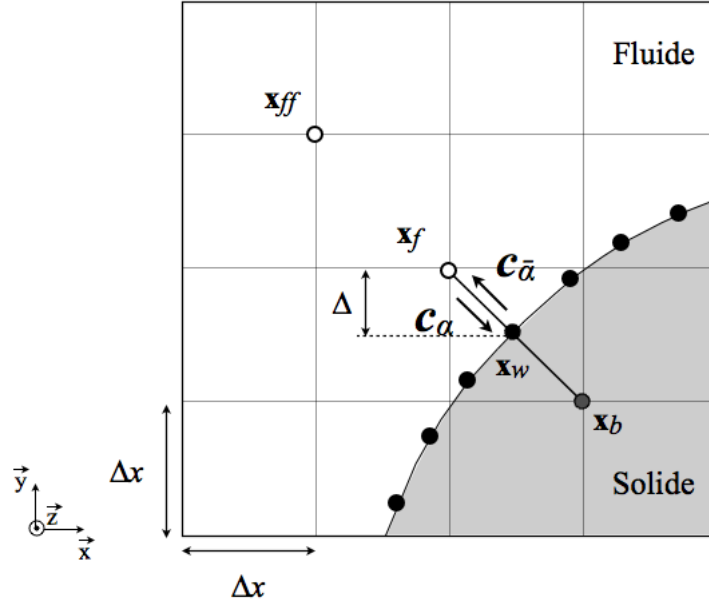


FIGURE 2.11 – Représentation d’une surface courbe solide.

Considérons une particule fluide au temps t à \mathbf{x}_f se dirigeant vers un nœud solide situé à $\mathbf{x}_b = \mathbf{x}_f + \mathbf{c}_\alpha \Delta t$. Pour décrire exactement la position \mathbf{x}_w de l’interface comme illustré dans la Figure 2.11, on utilisera le paramètre Δ définie par :

$$\Delta = \frac{|\mathbf{x}_f - \mathbf{x}_w|}{|\mathbf{x}_f - \mathbf{x}_b|} \quad (2.89)$$

où $0 \leq \Delta \leq 1$.

La condition à appliquer pour l’évaluation des fonctions de distribution $f_{\bar{\alpha}}(\mathbf{x}_f, t + \Delta t)$ nécessaire pour l’étape de propagation dépend de la valeur du paramètre Δ :

$$\Delta < 1/2 \quad f_{\bar{\alpha}}(\mathbf{x}_f, t + \Delta t) = 2\Delta \tilde{f}_\alpha(\mathbf{x}_f, t) + (1 - 2\Delta) \tilde{f}_\alpha(\mathbf{x}_f - \mathbf{c}_\alpha \Delta t, t) + 6\omega_\alpha \mathbf{c}_\alpha \rho \cdot \mathbf{u}_w \quad (2.90)$$

$$\Delta \geq 1/2 \quad f_{\bar{\alpha}}(\mathbf{x}_f, t + \Delta t) = \frac{1}{2\Delta} \tilde{f}_\alpha(\mathbf{x}_f, t) + \frac{(2\Delta - 1)}{2\Delta} \tilde{f}_{\bar{\alpha}}(\mathbf{x}_f - \mathbf{c}_\alpha \Delta t, t) + \frac{3}{\Delta} \omega_\alpha \mathbf{c}_\alpha \rho \cdot \mathbf{u}_w \quad (2.91)$$

où \tilde{f}_α est la fonction de distribution post-collision, $\mathbf{c}_{\bar{\alpha}}$ la vitesse discrète définie par $\mathbf{c}_{\bar{\alpha}} = -\mathbf{c}_\alpha$ et \mathbf{u}_w la vitesse de la particule solide à l’interface, au point \mathbf{x}_w . Cette méthode permet également de traiter des corps solides en mouvement dans un fluide.

Les forces hydrodynamiques exercées par le fluide sur les particules sont déterminées à partir de la variation de la quantité de mouvement au niveau de l’interface fluide-particule [135; 182; 184; 177]. Considérons une particule fluide $\tilde{f}_\alpha(\mathbf{x}_f, t)$ au temps t à la position \mathbf{x}_f . Après l’étape de collision, cette particule est advectée vers un nœud solide \mathbf{x}_b , et sa quantité de mouvement est alors $\mathbf{c}_\alpha \tilde{f}_\alpha(\mathbf{x}_f, t)$. Après le Bounce Back, sa nouvelle quantité

de mouvement est $\mathbf{c}_{\bar{\alpha}} f_{\bar{\alpha}}(\mathbf{x}_f, t + \Delta t)$. Ici, on notera respectivement \mathcal{Q}_f et \mathcal{Q}_s la quantité de mouvement associée au nœud fluide et solide.

La variation de la quantité de mouvement échangée est donnée par :

$$\Delta \mathcal{Q} = \mathcal{Q}(t + \Delta t) - \mathcal{Q}(t) \quad (2.92)$$

Les quantités de mouvement associées au nœud fluide $\mathcal{Q}_f(\mathbf{x}_f, t)$ et $\mathcal{Q}_f(\mathbf{x}_f, t + \Delta t)$ sont définies par les relations :

$$\mathcal{Q}_f(t) = \mathbf{c}_{\alpha} \tilde{f}_{\alpha}(\mathbf{x}_f, t) \quad (2.93)$$

$$\mathcal{Q}_f(\mathbf{x}_f, t + \Delta t) = \mathbf{c}_{\bar{\alpha}} f_{\bar{\alpha}}(\mathbf{x}_f, t + \Delta t) \quad (2.94)$$

La condition de Bounce Back satisfait la condition de conservation de la quantité de mouvement $\Delta \mathcal{Q} = 0$, par conséquent :

$$\mathbf{c}_{\alpha} \tilde{f}_{\alpha}(\mathbf{x}_f, t) + \mathcal{Q}_s(\mathbf{x}_b, t) = \mathbf{c}_{\bar{\alpha}} f_{\bar{\alpha}}(\mathbf{x}_f, t + \Delta t) + \mathcal{Q}_s(\mathbf{x}_b, t + \Delta t) \quad (2.95)$$

La force hydrodynamique exercée par un nœud fluide \mathbf{x}_f sur un nœud solide \mathbf{x}_b est définie comme :

$$\mathcal{F}_b = \frac{\mathcal{Q}_s(\mathbf{x}_b, t + \Delta t) - \mathcal{Q}_s(\mathbf{x}_b, t)}{\Delta t} \quad (2.96)$$

De l'équation (2.95), on obtient finalement :

$$\mathcal{F}_b = \frac{\mathbf{c}_{\alpha} \tilde{f}_{\alpha}(\mathbf{x}_f, t) - \mathbf{c}_{\bar{\alpha}} f_{\bar{\alpha}}(\mathbf{x}_f, t + \Delta t)}{\Delta t} \quad (2.97)$$

Pour déterminer la force totale sur le solide, il faut faire la somme de toutes les forces \mathbf{F}_b correspondant aux liens actifs entre \mathbf{x}_f et \mathbf{x}_b . Cette force hydrodynamique est alors donnée par :

$$\mathcal{F} = \sum_b \mathcal{F}_b = \frac{\Delta x^D}{\Delta t} \sum_{all} \sum_i \left[\tilde{f}_{\alpha}(\mathbf{x}_f, t) + f_{\bar{\alpha}}(\mathbf{x}_f, t + \Delta t) \right] \mathbf{c}_{\bar{\alpha}} \quad (2.98)$$

où D est la dimension de l'espace.

Le moment résultant de la force hydrodynamique est déterminée par bras de levier de la particule dont le point d'application est son centre de masse :

$$\mathcal{M} = \frac{\Delta x^D}{\Delta t} \sum_{all} R_g \wedge \mathcal{F}_b \quad (2.99)$$

2.2.6 Paramètres de couplage DEM-LBM

Le modèle hybride de couplage DEM-LBM impose certaines contraintes sur le choix des paramètres de simulation. Comme nous l'avons évoqué précédemment, la stabilité du modèle fluide appliqué aux écoulements incompressibles est assurée pour une vitesse du fluide $|\mathbf{u}| \ll 1$. Par conséquent, aucune particule solide en mouvement dans le fluide ne peut atteindre la vitesse limite du réseau définie par $c = \Delta x / \Delta t_{\text{LBM}}$.

L'échelle de description du fluide dépend du phénomène physique à modéliser. Bien qu'il soit possible de travailler avec un pas d'espace Δx assez grand (de l'ordre de la taille des pores), dans les simulations avec des suspensions granulaires denses, il faut tenir compte de l'erreur introduite dans le calcul des forces de lubrification. En effet, seuls les nœuds fluides se trouvant dans la zone interstitielle proche du contact entre particules sont comptabilisés pour le calcul de ces efforts. Ainsi, le choix du pas d'espace est dicté par le diamètre des particules. La résolution numérique du modèle couplé DEM-LBM est alors donnée par le rapport $d/\Delta x$ où d est le diamètre de la particule. Pour minimiser l'erreur introduite dans le calcul numérique des forces de lubrification, les grains doivent être représentés avec une résolution suffisante. Une résolution $d/\Delta x = 10$ pour une modélisation 2D et $d/\Delta x = 7$ pour le cas 3D, permet d'obtenir des résultats satisfaisants [174].

Dans le modèle LBM, le pas d'espace, le pas de temps, la viscosité cinématique et le temps caractéristique de relaxation du fluide sont étroitement liés les uns aux autres. En fixant la viscosité ν et la densité ρ_f du fluide, la vitesse du réseau c et le pas d'espace Δx en fonction de résolution numérique souhaitée, le pas de temps Δt_{LBM} et le temps caractéristique τ sont donnés par :

$$\Delta t_{\text{LBM}} = \frac{\Delta x}{c} \quad (2.100)$$

$$\tau = \frac{1}{2} + \frac{3\nu}{c\Delta x} \quad (2.101)$$

Le temps de relaxation τ est une caractéristique intrinsèque du fluide. En effet, toute modification de cette grandeur conduit à un changement du comportement du fluide simulé par la méthode LBM. En général, le pas de temps du modèle fluide Δt_{LBM} est pris plus grand que celui du modèle discret Δt_{DEM} . Pour cette raison, il est nécessaire d'introduire le paramètre de synchronisation $n_s \in \mathbb{N}$ définie par :

$$n_s = 1 + \mathbf{E} \left\lfloor \frac{\Delta t_{\text{LBM}}}{\Delta t_{\text{DEM}}} \right\rfloor \quad (2.102)$$

où \mathbf{E} est la fonction partie entière.

Ainsi, pour n_s itérations DEM, il y a une seule itération LBM. Cet algorithme de couplage en temps est capable de gérer les échanges des quantités de mouvement au niveau de l'interface fluide-particule et les déplacements de celle-ci. Avantageux en terme de consommation CPU, cette approche présente néanmoins un inconvénient majeur. Car si l'on connaît les forces hydrodynamiques exercées par le fluide sur les particules

au moment de la synchronisation, on ne peut cependant rien avancer sur ces dernières jusqu'à la nouvelle synchronisation. Dans nos simulations, on considérera que les forces hydrodynamiques restent constantes sur la durée $n_s \Delta t_{\text{DEM}}$, et on cherchera à minimiser l'écart entre les pas de temps, en prenant une valeur du paramètre de synchronisation n_s faible (par exemple $n_s = 2$).

2.3 Validations et applications du modèle DEM-LBM

Dans cette section, sera présentée l'étude de problèmes classiques de mécanique des fluides afin de valider le code de calcul 2D basé d'une part sur l'algorithme LBM seul et d'autre part sur le couplage hydromécanique des méthodes LBM-DEM.

2.3.1 Lid driven cavity

Nous considérons une cavité de section carrée pour simuler l'écoulement d'un fluide visqueux incompressible. Une condition aux limites de type Von Neumann flux boundary condition (vitesse tangentielle constante : $u = U$, $v = 0$) sur la paroi supérieure Nord, et des conditions aux limites de non-glissement de type Bounce Back sont imposées sur le reste des parois solides comme illustré sur la Figure 2.12. Le nombre de Reynolds défini par $Re = \frac{UH}{\nu}$, varie de 10^2 à 10^4 ($Re = 100, 400, 1000, 3200, 5000$ et 7500 et 10000).

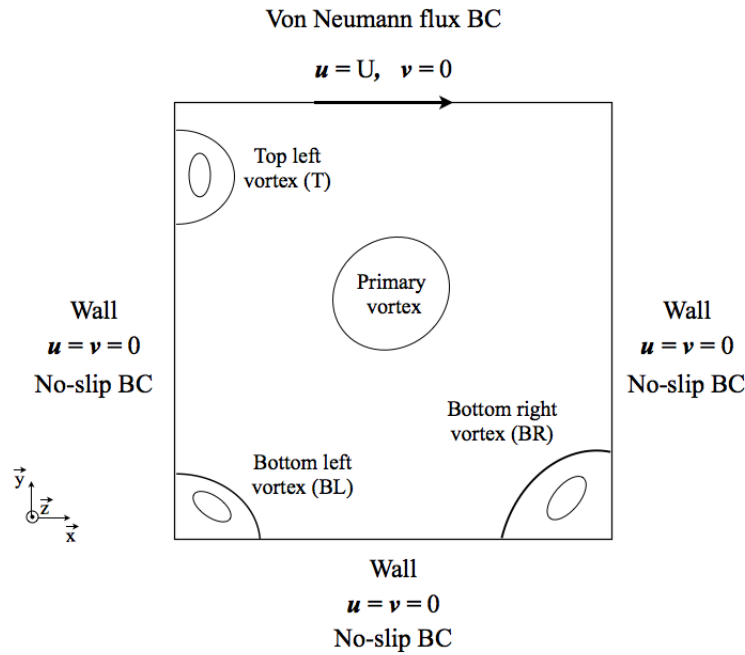


FIGURE 2.12 – Lid driven cavity : Configuration géométrique et conditions aux limites.

Dans cette étude, nous utiliserons le modèle D2Q9 MRT-LBM présenté dans la section précédente. Nos résultats numériques seront comparés avec ceux publiés par U. Ghia et al. [8], et D. A. Permula et al. [185]. Avant d'effectuer une analyse de l'écoulement, une visualisation des lignes de courant dans la cavité est présentée sur la Figure 2.13.

Les résultats numériques des profils de vitesses en fonction du nombre de Reynolds donnés par l'algorithme LBM, Figures 2.14 et 2.15, montrent une très bonne adéquation avec ceux obtenus par Ghia et al. [8] avec la méthode Multigrid. Comme illustrés sur ces figures, des vortex se sont créés à l'intérieur de la cavité : primary vortex, top left vortex (T), bottom left vortex (BL) et bottom right vortex (BR). La localisation de chaque

vortex est récapitulée sur les tableaux 2.3 et 2.4. Les résultats numériques obtenus sont très satisfaisants.

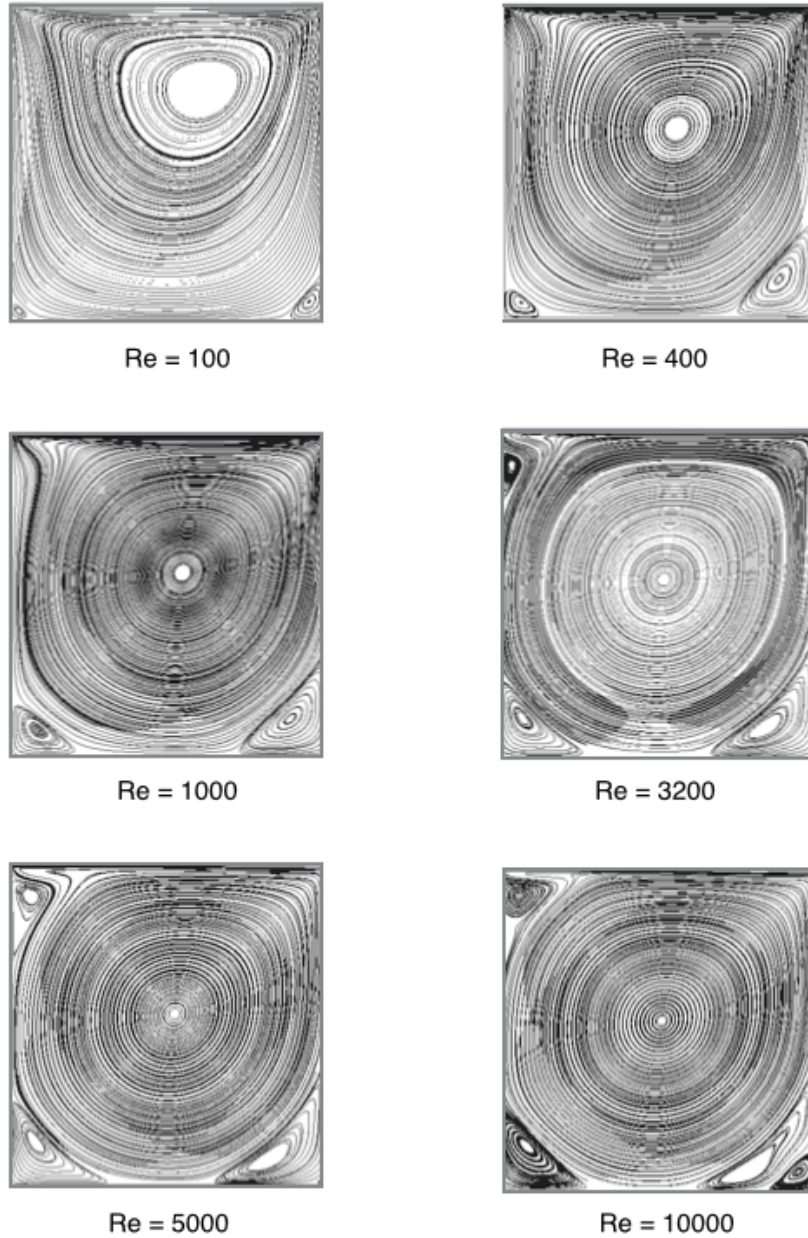


FIGURE 2.13 – Lignes de courant dans la cavité pour différentes valeurs du nombre de Reynolds.

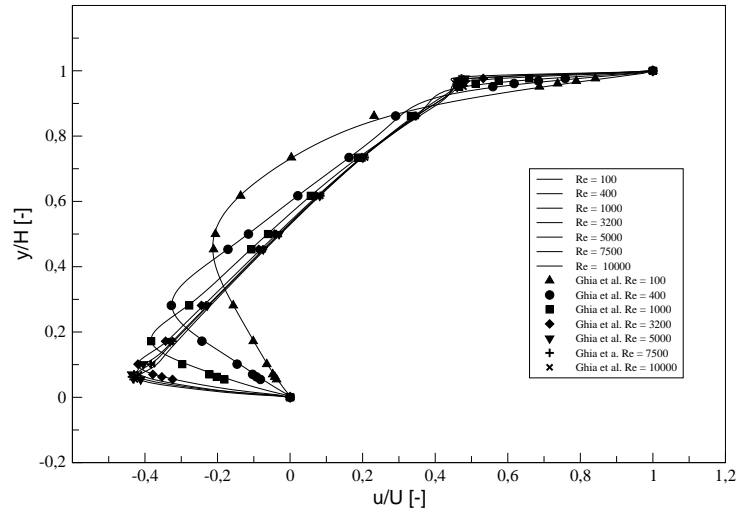


FIGURE 2.14 – Profils de vitesse horizontale pour différentes valeurs du nombre de Reynolds ($Re = 10^2 - 10^4$). Données extraites de Ghia et al. [8] (symboles) et simulation LBM (lignes).

v-velocity a long the vertical line through the geometric center of cavity

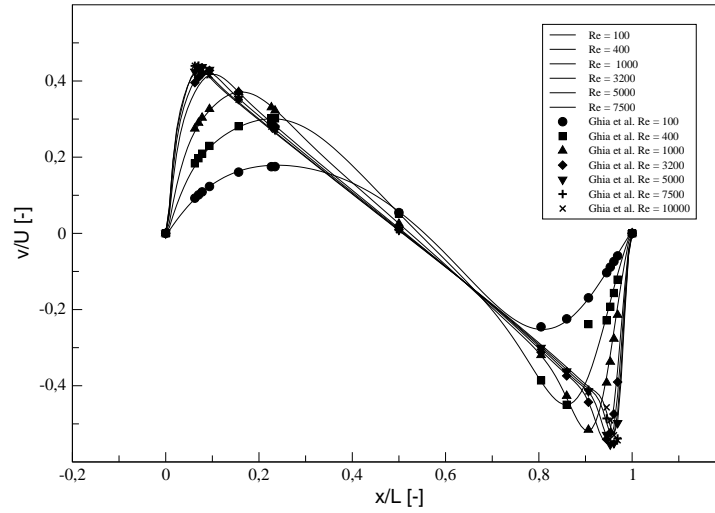


FIGURE 2.15 – Profils de vitesse verticale pour différentes valeurs du nombre de Reynolds ($Re = 10^2 - 10^4$). Données extraites de Ghia et al. [8] (symboles) et simulation LBM (lignes).

Type	Authors	Re		
		100	400	1000
Primary vortex	Present work	(0.5979, 0.7277)	(0.5488, 0.6009)	(0.5248, 0.5614)
	Ghia	(0.6172, 0.7344)	(0.5547, 0.6055)	(0.5313, 0.5625)
	Permula	(0.6152, 0.7361)	(0.5537, 0.6041)	(0.5304, 0.5616)
BL1	Present work	(0.0343, 0.0346)	(0.0503, 0.0476)	(0.0841, 0.0791)
	Ghia	(0.0313, 0.0391)	(0.0508, 0.0469)	(0.0859, 0.0781)
	Permula	(0.0321, 0.0365)	(0.0503, 0.0502)	(0.0830, 0.0777)
BR1	Present work	(0.9328, 0.0626)	(0.8749, 0.1234)	(0.8550, 0.1132)
	Ghia	(0.9453, 0.0625)	(0.8906, 0.1250)	(0.8594, 0.1094)
	Permula	(0.9432, 0.0648)	(0.8899, 0.1259)	(0.8616, 0.1114)

TABLE 2.3 – Localisation des vortex dans la cavité pour des valeurs faibles du nombre de Reynolds ($Re = 100, 400$ et 1000). Comparaison des résultats expérimentaux et numériques.

Type	Authors	Re		
		3200	5000	7500
Primary vortex	Present work	(0.5130, 0.5361)	(0.5108, 0.5318)	(0.5079, 0.5278)
	Ghia	(0.5165, 0.5469)	(0.5117, 0.5352)	(0.5117, 0.5322)
	Permula	(0.5169, 0.5458)	(0.5143, 0.5362)	(0.5111, 0.5302)
TL	Present work	(0.0509, 0.8806)	(0.0728, 0.8890)	(0.06755, 0.8974)
	Ghia	(0.0547, 0.8984)	(0.0625, 0.9102)	(0.0664, 0.9141)
	Permula	(0.0559, 0.88991)	(0.0630, 0.9089)	(0.0661, 0.9098)
BL1	Present work	(0.0840, 0.1188)	(0.0796, 0.1310)	(0.0700, 0.1440)
	Ghia	(0.0859, 0.1094)	(0.0703, 0.1367)	(0.0645, 0.1504)
	Permula	(0.0854, 0.1192)	(0.0737, 0.1367)	(0.0648, 0.1535)
BR1	Present work	(0.8190, 0.0894)	(0.8086, 0.0863)	(0.7822, 0.0635)
	Ghia	(0.8125, 0.0859)	(0.8086, 0.0742)	(0.7813, 0.0625)
	Permula	(0.8119, 0.0852)	(0.8059, 0.0736)	(0.7820, 0.0634)
BL2	Present work	(0.0080, 0.0064)	(0.0105, 0.0087)	(0.0121, 0.0116)
	Ghia	(0.0078, 0.0078)	(0.0117, 0.0078)	(0.0117, 0.0117)
	Permula	(0.0074, 0.0073)	(0.0082, 0.0089)	(0.0147, 0.0145)
BR2	Present work	(0.9809, 0.0045)	(0.9835, 0.0177)	(0.9573, 0.0324)
	Ghia	(0.9844, 0.0078)	(0.9805, 0.0195)	(0.9492, 0.0430)
	Permula	(0.9861, 0.0132)	(0.9808, 0.0190)	(0.9463, 0.0489)

TABLE 2.4 – Localisation des vortex dans la cavité pour des valeurs élevées du nombre de Reynolds ($Re = 3200, 5000$ et 7500). Comparaison des résultats expérimentaux et numériques.

2.3.2 Écoulement de Couette plan

Considérons un conduit bidimensionnel infini, de hauteur H et de longueur L (Fig. 2.16). Le plan inférieur est cisailé à une vitesse constante U_0 (Von Neumann flux BC), alors que le plan supérieur est maintenu à une vitesse nulle (Condition de non-glissement de type Bounce Back). Des conditions aux limites périodiques sont imposées sur les parois latérales.

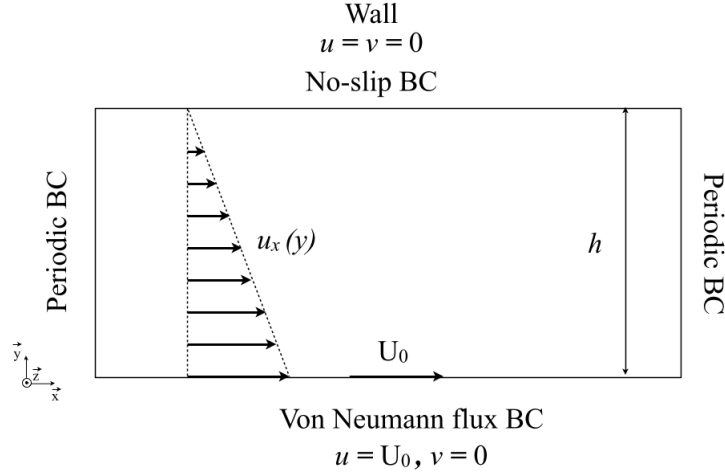


FIGURE 2.16 – Écoulement de Couette 2D instationnaire : description du problème.

La solution analytique d'un tel écoulement est donnée par la relation autosimilaire :

$$u_x(y, t) = u_x\left(\frac{y}{2\sqrt{\nu t}}\right) = U_0 \left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{y}{2\sqrt{\nu t}}\right)\right] \quad (2.103)$$

où ν est la viscosité cinématique du fluide.

Dans le cas de l'écoulement de Couette plan, comme l'illustre la Figure 2.17, il faut un temps $\tau \sim h^2/\nu$, dit temps de diffusion, pour que le profil linéaire s'établisse. Cette figure montre la bonne adéquation entre les résultats numériques et la solution analytique. Sur la Figure (2.18,) comme nous pouvons le constater, les courbes $\frac{u}{U_0} = f\left(\frac{y}{2\sqrt{\nu t}}\right)$ collapser, et sont en très bon accord avec la solution théorique de prédiction.

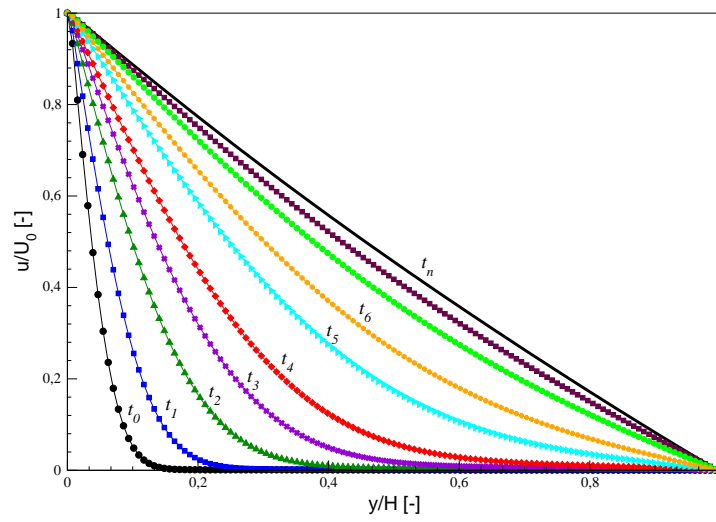


FIGURE 2.17 – Profils de vitesse horizontale de l'écoulement de Couette 2D.

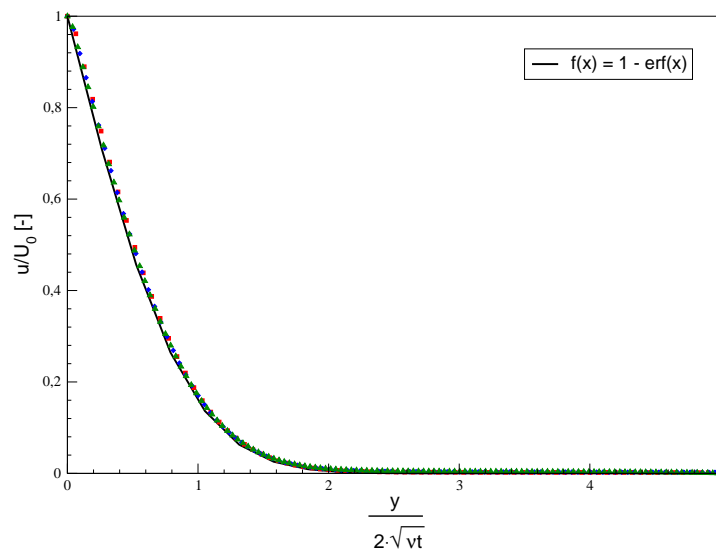


FIGURE 2.18 – Profils de vitesse autosimilaire de l'écoulement de Couette 2D.

2.3.3 Backward facing step flow

La séparation de la couche limite, et éventuellement son rattachement un peu plus loin, est un phénomène de grand intérêt pour les applications de l'ingénierie. Parmi les configurations géométriques qui permettent d'étudier ce phénomène, la marche descendante (Backward step) est sans doute le choix par excellence (voir Fig. 2.19). Ce type d'écoulement a été étudié expérimentalement par Armaly et al. [10]. D'après cette étude, la présence de la marche provoque une dépression qui conduit à une séparation de l'écoulement en plusieurs zones, avec l'apparition d'une recirculation à l'aval de la marche. En régime laminaire ($Re < 1200$), à partir de $Re = 400$, une seconde zone de recirculation apparaît sur la paroi supérieure. En régime pleinement turbulent ($Re > 6600$), la zone de recirculation sur la paroi supérieure disparaît et celle de la paroi inférieure se stabilise. Pour l'étude numérique de l'écoulement d'un fluide incompressible derrière une marche descendante, nous pouvons citer les travaux de Hung et al. [186], Biswas et al. [187], Florez et al. [188] et Erturk [9].

Dans cette étude, le nombre de Reynolds est calculé à l'entrée en fonction de la vitesse moyenne de l'écoulement (soit $2/3$ de la vitesse maximale, voir section 2.3.4) et du diamètre hydraulique ($2h$, avec h la hauteur de la marche). Le rapport d'aspect géométrique h/H entre la hauteur de la marche et la hauteur du conduit est presque 2 (exactement 1.94). La longueur totale du conduit vaut $L = L_1 + L_2$, avec $L_1 = 5h$ et $L_2 = 35h$. A l'entrée du canal, une condition de type vitesse de Poiseuille (Von Neumann BC) est appliquée, et en sortie une pression nulle (Dirichlet BC). Sur les parois solides supérieure et inférieure une condition de non-glissement (Bounce Back) est imposée.

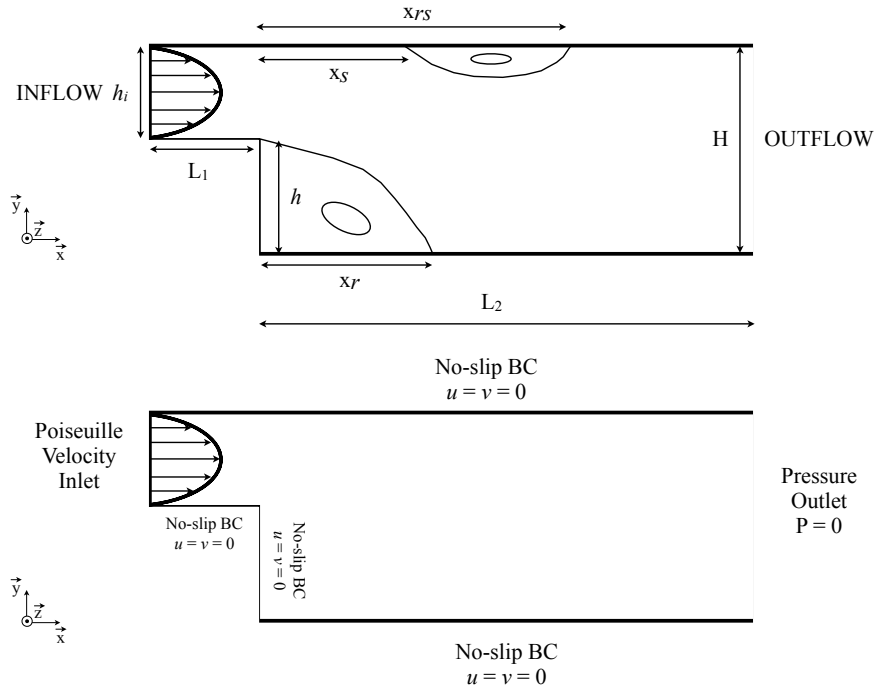


FIGURE 2.19 – Configuration géométrique de la marche descendante (Backward step).

Sur la Figure 2.20 est représentée les lignes de courant de l'écoulement. On constate qu'il y a une première zone de recirculation à l'aval de la marche et qu'à partir de $Re = 400$, une seconde zone de recirculation apparaît sur la paroi supérieure. Cette dernière s'intensifie d'autant plus que le nombre de Reynolds devient important. Le tableau 2.5 présente les longueurs des zones de recirculation x_r , x_s et x_{rs} en fonction du nombre de Reynolds. Sur les Figures 2.21 et 2.22 sont reportées les longueurs des zones de recirculation. En comparaison avec les résultats expérimentaux d'Armaly et al. [10] et numériques d'Erturk [9], on constate que nos résultats sont en très accord.

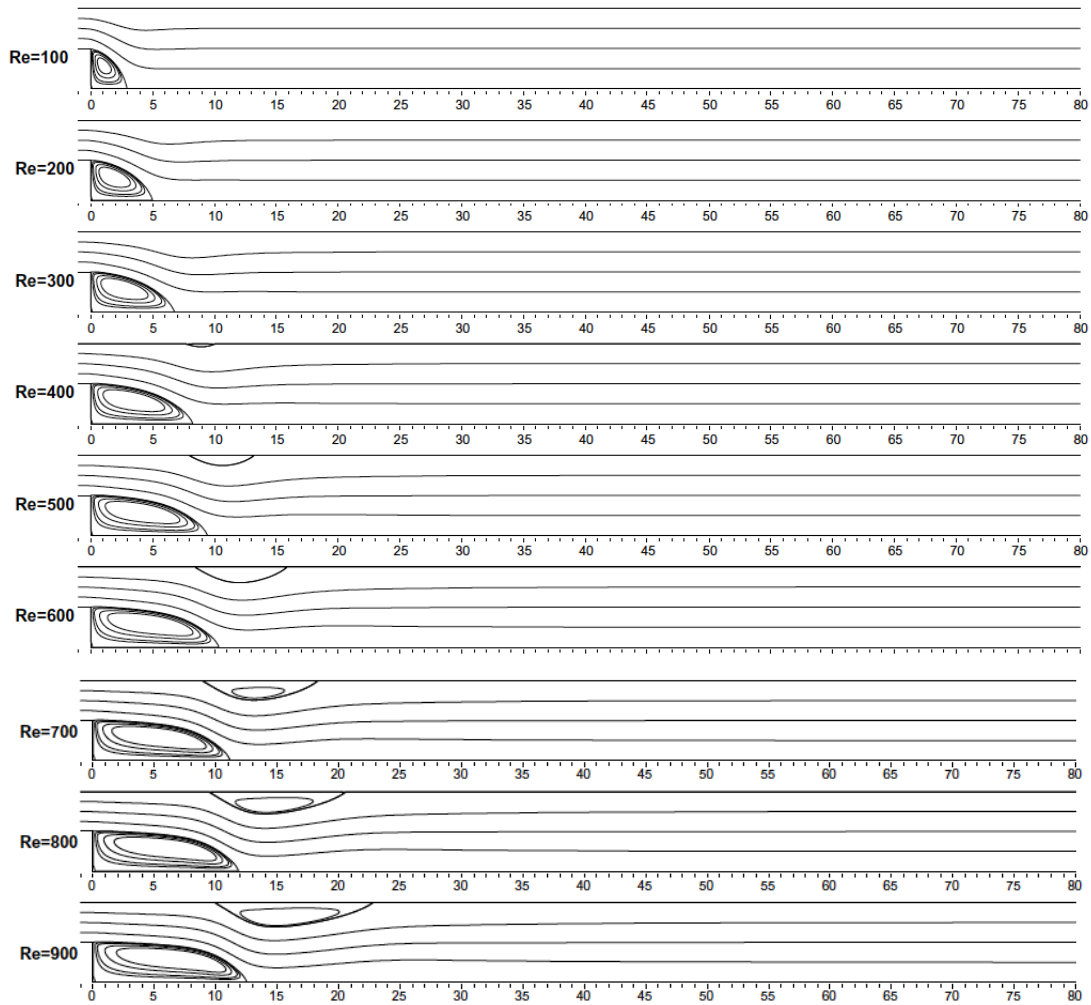


FIGURE 2.20 – Lignes de courant dans le système pour différents nombres de Reynolds. Figures extraites de Erturk [9].

Re	x_r/h	x_s/h	x_{rs}/h
100	2.96	-	-
200	5.07	-	-
300	6.76	-	-
400	8.23	7.81	9.83
500	9.44	7.98	13.44
600	10.20	8.56	16.08
700	10.88	8.96	18.45
800	11.68	10.02	21.04
900	12.56	10.01	22.86

TABLE 2.5 – Localisation des zones de recirculation X_r , X_s et X_{rs} pour différentes valeurs du nombre de Reynolds.

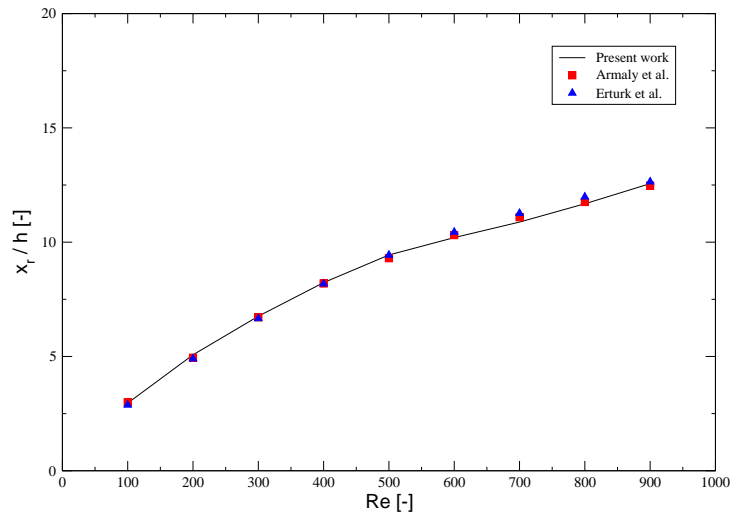


FIGURE 2.21 – Localisation des zones de recirculation X_r pour différentes valeurs du nombre de Reynolds. Comparaison avec les résultats d'Armaly et al. [10] et Ertuk [9].

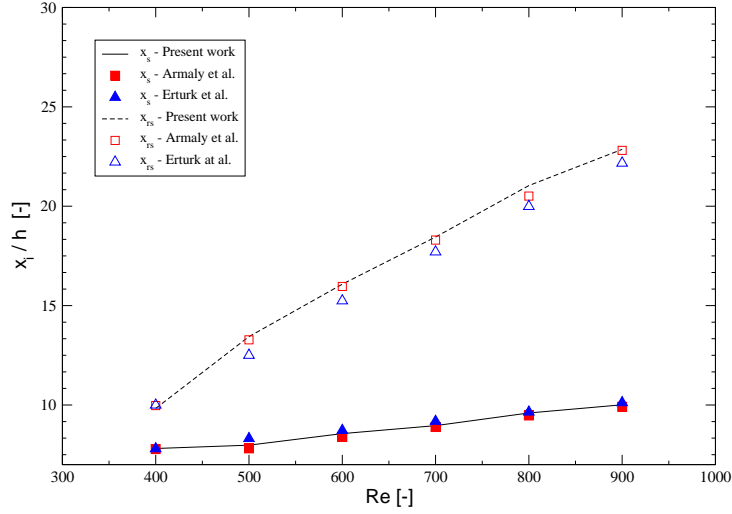


FIGURE 2.22 – Localisation des zones de recirculation X_s et X_{rs} pour différentes valeurs du nombre de Reynolds. Comparaison avec les résultats d’Armaly et al. [10] et Ertuk [9].

2.3.4 Écoulement de Poiseuille plan

Considérons l’écoulement laminaire permanent d’un fluide visqueux incompressible entre deux plaques planes, parallèles, de largeur infinie. Un gradient de pression ($\Delta p = P_1 - P_2$) est appliqué entre l’entrée et la sortie du fluide dans le canal. Une condition aux limites de non-glissement de type Bounce Back est imposée sur les parois supérieure et inférieure (voir Fig. 2.23).

La solution exacte de l’écoulement de Poiseuille est très bien connue et facilement démontrable du point de vue théorique. Le profil de vitesse parabolique dit de Poiseuille s’écrit sous la forme :

$$u(y) = u_{\max} \left(1 - \frac{y^2}{R^2} \right) \quad (2.104)$$

où R est le rayon de la conduite et u_{\max} la vitesse maximale à mi-distance entre les deux plaques. Constant suivant la section, le gradient de pression dp/dx impose cette vitesse maximale via la relation :

$$u_{\max} = \frac{-1}{2\eta} \frac{dp}{dx} R^2 \quad (2.105)$$

où η est la viscosité dynamique du fluide.

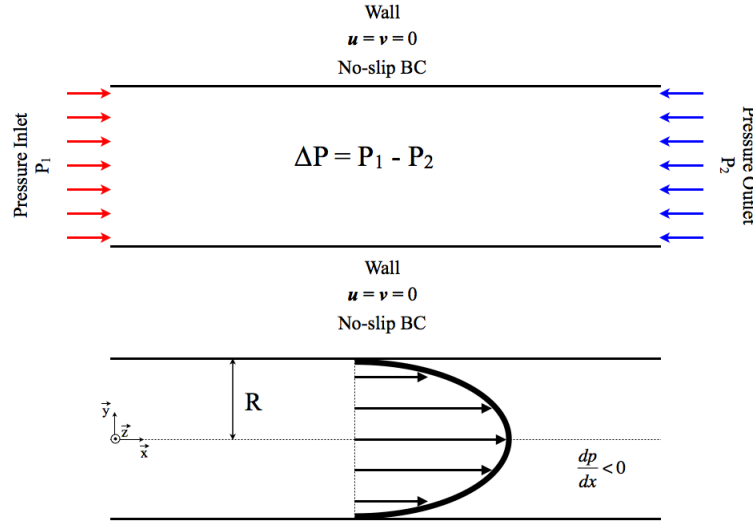


FIGURE 2.23 – Écoulement de Poiseuille 2D : Géométrie et conditions aux limites.

La vitesse moyenne du fluide s'écrit :

$$\bar{u} = \frac{2}{3} u_{\max} \quad (2.106)$$

Les résultats numériques de la simulation avec la méthode LBM-MRT de l'écoulement de Poiseuille plan sont présentés sur les Figures 2.24, 2.25 et 2.26. La loi de Poiseuille décrivant l'écoulement laminaire d'un liquide visqueux entre deux plaques planes est bien vérifiée : comme nous pouvons le constater, la distribution des vitesses suivant la section de la conduite (Fig. 2.25) correspond bien à une loi parabolique avec la vitesse qui est maximale au centre du conduit. La valeur de cette vitesse obtenue avec la simulation numérique est proche de celle donnée par l'équation (2.105), $u_{\max} = 0.001126 \text{ m.s}^{-1}$ soit avec un écart relatif de l'ordre de 0.2 %. De plus, le gradient de pression transverse est nul, $\frac{dp}{dy} = 0$, ce qui signifie que la pression est constante sur chaque section transverse de la conduite (Fig. 2.24.b). La pression est une fonction linéaire de la coordonnée x suivant la direction de l'écoulement du fluide, soit $\frac{dp}{dx} = \text{const}$ (Fig. 2.26).

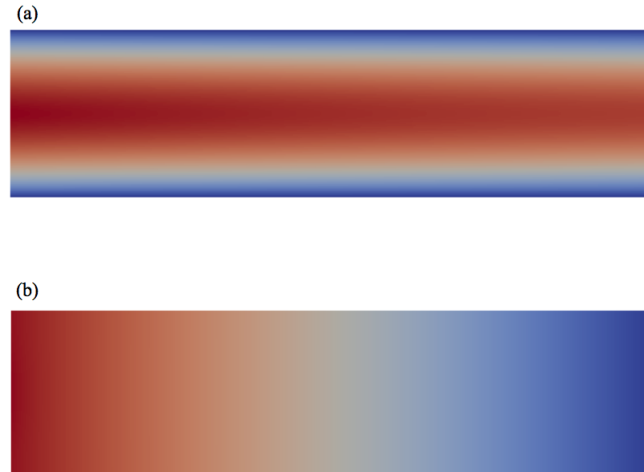


FIGURE 2.24 – Écoulement de Poiseuille 2D : (a) champ de vitesse, (b) champ de pression.

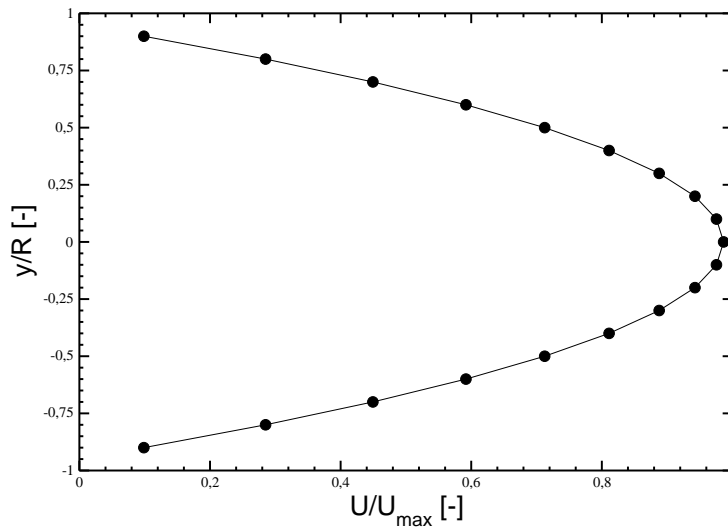


FIGURE 2.25 – Profil de vitesse de Poiseuille. La vitesse u est adimensionnée par la vitesse maximale au centre du conduit donnée par l'expression analytique (2.105) $u_{\max} = 0.001128 \text{ m.s}^{-1}$ avec $\Delta P/L = 25 \text{ Pa.m}^{-1}$, $\eta = 0.01 \text{ Pa.s}$, $R = 9.5 \times 10^{-4} \text{ m}$ et $L = 0.04 \text{ m}$. La valeur numérique de u_{\max} obtenue avec la simulation est de $0.001126 \text{ m.s}^{-1}$.

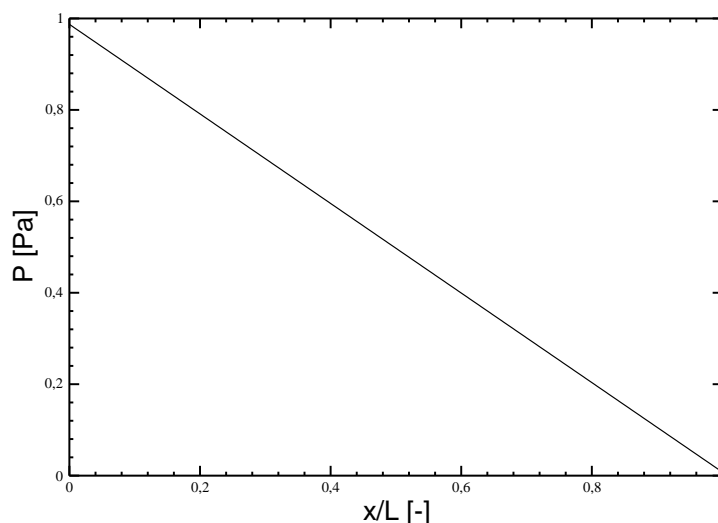


FIGURE 2.26 – Profil de pression de l'écoulement de Poiseuille.

2.3.5 Sédimentation d'une particule cylindrique

On considère ici un grain de section circulaire de taille $d = 1$ mm, de densité $\rho_p = 1250$ kg.m⁻³ en mouvement à la vitesse u_p par rapport à un fluide visqueux incompressible, immobile de densité $\rho_f = 1000$ kg.m⁻³ et de viscosité dynamique $\eta = 0.01$ Pa.s. La configuration étudiée est présentée sur la Figure 2.27. Il s'agit d'un domaine fluide bidimensionnel de taille $L/d = 10$ et $H/d = 30$ où L et H sont respectivement la longueur et la hauteur du domaine de calcul. La particule est placée initialement au centre du domaine à une hauteur de $20d$. L'accélération de la pesanteur est prise égale à $g = 9.81$ m/s², la résolution du maillage fluide est fixée à $\Delta x = 2.5 \times 10^{-5}$ m, et la vitesse du réseau LBM est de $c = 10$ m/s. A l'instant initial, la particule est lâchée sans vitesse. Elle sédimente alors sous l'action de la gravité. Les parois sont suffisamment loin du grain solide pour ne pas interagir avec le processus de sédimentation (Fig. 2.27). Dans cette étude, le nombre de Reynolds est suffisamment petit pour que la chute du grain se fasse selon la verticale (Fig. 2.29). Nous pouvons également constater que la particule sédimente en suivant une trajectoire rectiligne (Fig. 2.28).

La Figure 2.30 montre bien que les résultats numériques sont en bon accord avec les observations expérimentales de la sédimentation d'une particule sphérique (3D) dans un fluide visqueux. Le processus de sédimentation se fait en deux phases : une phase d'accélération de la particule due à la gravité, suivi d'une phase stationnaire conséquence de l'équilibre entre les forces hydrodynamiques et le poids apparent de la particule.

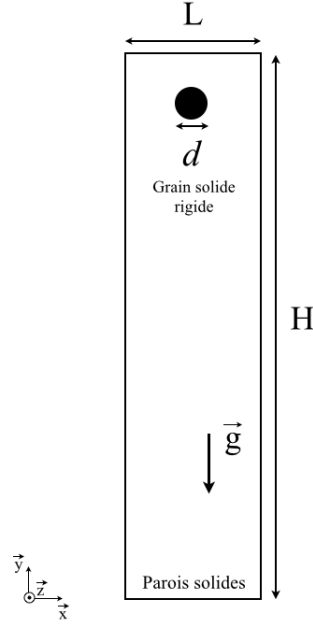


FIGURE 2.27 – Sédimentation d’une particule isolée de profil circulaire : description du problème.

Dans le cadre de cette étude, nous nous sommes également intéressés à l’évolution du coefficient de trainée C_D en fonction du nombre de Reynolds particulaire. Comme on l’a déjà vu au chapitre 1, le coefficient de trainée est défini par la relation :

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2} \rho u^2 S} \quad (2.107)$$

où S est la section.

En 2D, le coefficient de trainée C_D vaut :

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2} \rho u^2 d} \quad (2.108)$$

En introduisant la vitesse de sédimentation particulaire, on montre facilement que :

$$C_D = \frac{\pi d (\rho_p - \rho_f) g}{2 \rho_f v_{term}^2} \quad (2.109)$$

où v_{term} est la vitesse de chute terminale ou vitesse de sédimentation de la particule. Pour cette étude, le nombre de Reynolds varie de $2 \cdot 10^{-1}$ à 10^2 pour différents jeux de paramètres tels que la viscosité dynamique et la densité du fluide, mais aussi le diamètre de la particule. On rappelle que le nombre de Reynolds particulaire est défini comme :

$$Re_p = \frac{\rho_f d v_{term}}{\eta} \quad (2.110)$$

Sur la Figure 2.31, on trace la courbe $C_D = f(Re_p)$ obtenue à partir des simulations numériques que l’on peut par exemple comparer avec les résultats expérimentaux de

Tritton [11] obtenus cette fois en 3D avec des fibres cylindriques. Les résultats numériques obtenus avec le modèle 2D LBM-DEM fournissent un ordre de grandeur comparable aux résultats expérimentaux de Tritton, ce qui est satisfaisant pour la suite.

Comme le montre la Figure 2.31, on peut aussi proposer avec une très bonne approximation la relation empirique suivante :

$$C_D = 0.355 \exp [3.98 Re^{-0.24}] \quad (2.111)$$

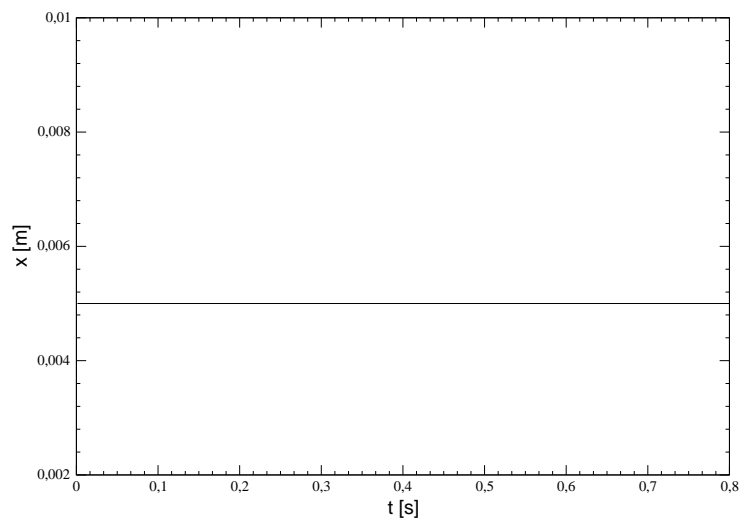


FIGURE 2.28 – Trajectoire transversale de la particule.

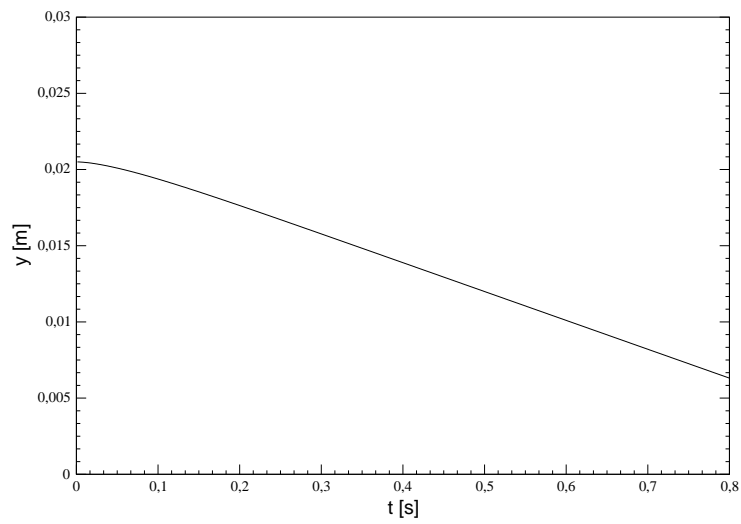


FIGURE 2.29 – Trajectoire verticale de la particule.

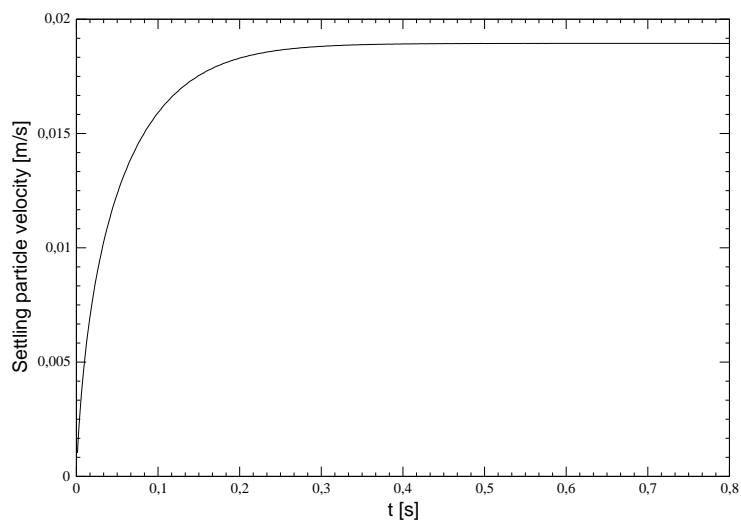


FIGURE 2.30 – Vitesse de sédimentation de la particule.

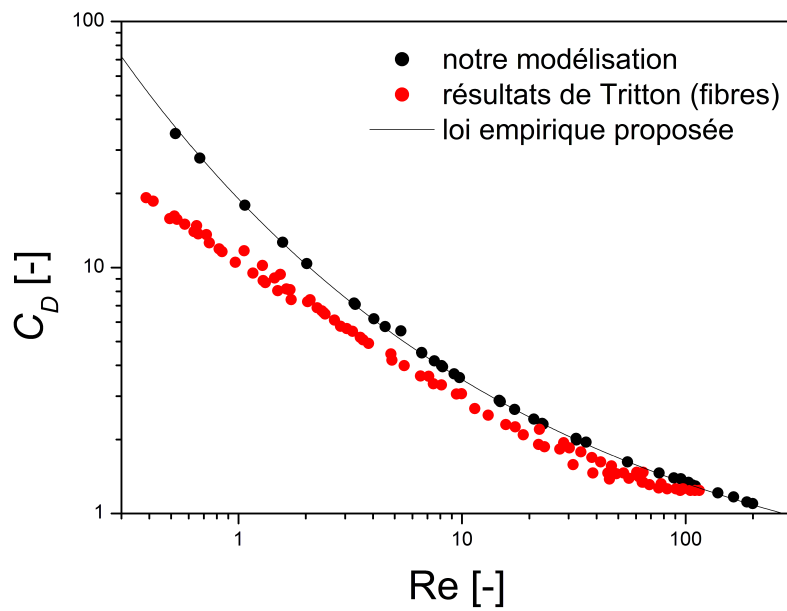


FIGURE 2.31 – Coefficient de traînée en fonction du nombre de Reynolds particulaire. Comparaison avec les résultats expérimentaux de D. J. Tritton [11].

2.3.6 Sédimentation de deux particules circulaires entre deux plaques parallèles en régime visqueux

Considérons à présent deux particules identiques de profils circulaires lâchées sans vitesse initiale dans un conduit de section rectangulaire contenant un liquide visqueux initialement au repos. Le problème étudié est présenté sur la Figure 2.32. On considère un domaine fermé sur les côtés et avec, sur le fond, une condition de non-glissement de type Bounce Back. La taille du domaine fluide est donnée par $L/d = 10$ et $H/d = 30$ où L et H sont respectivement la longueur et la hauteur du système étudié. Les particules sont placées à mi-distance par rapport au centre du domaine et leurs centres sont distants de deux diamètres suivant la verticale. La viscosité dynamique du fluide est prise égale à $\eta = 0.01$ Pa.s pour une densité de $\rho_f = 1000$ kg.m⁻³. Le diamètre et la densité volumique des particules sont respectivement $d = 1$ mm et $\rho_p = 2000$ kg.m⁻³. L'accélération de la pesanteur est prise égale à $g = 9.81$ m/s², la résolution du maillage fluide est fixée à $\Delta x = 2.5 \times 10^{-5}$ m et la vitesse du réseau LBM est $c = 10$ m/s.

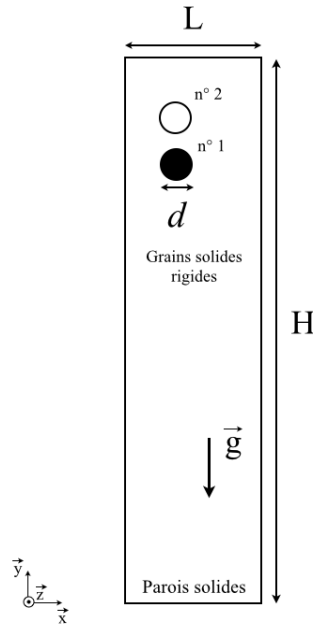


FIGURE 2.32 – Sédimentation de deux particules circulaires : description du problème numérique étudié.

La Figure 2.33 présente les résultats de simulation de sédimentation pour ces deux particules circulaires. Le modèle 2D LBM-DEM utilisé est bien capable, tout du moins qualitativement, de représenter les structures rencontrées expérimentalement, notamment le phénomène DKT (Drafting, Kissing et Tumbling). Une étude numérique de ce phénomène basée sur la méthode LBM a été réalisée par Wang et al. [189; 190].

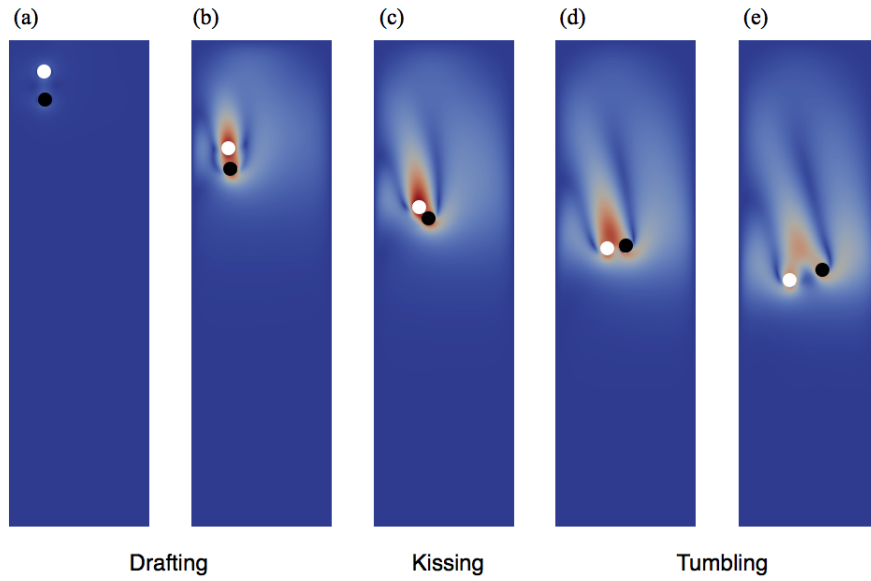


FIGURE 2.33 – Sédimentation de deux particules circulaires à différents instants.

Par la suite, on appellera la particule n°1 la particule "meneuse", et la particule n°2 la particule "suiveuse". La particule "suiveuse" va accélérer dans le sillage de la particule "meneuse" (Fig. 2.37) et tourner autour de celle-ci (Tumbling) jusqu'à ce que les centres des particules soient alignés horizontalement (Fig. 2.35). Une fois cette configuration atteinte, les particules s'écartent l'une de l'autre. Les particules sont déviées de leur position verticale initiale (Fig. 2.34). La Figure 2.36 illustre très bien les différentes étapes de l'évolution des particules dans le système. Aux tous premiers instants du processus de sédimentation, les particules vont se rapprocher l'une de l'autre (Drafting). Ce rapprochement est d'autant plus important que les particules vont finir par se toucher (Kissing), puis elles vont s'écarter progressivement l'une de l'autre.

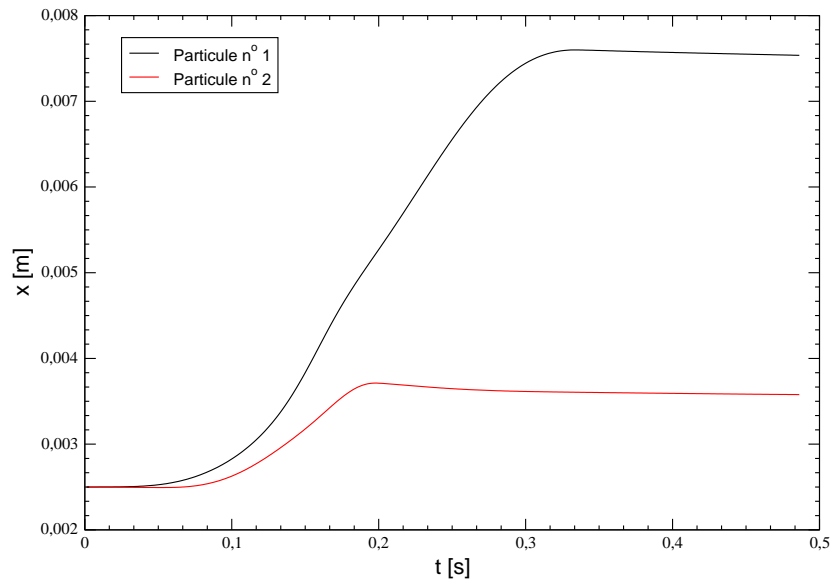


FIGURE 2.34 – Trajectoires transversales des particules.

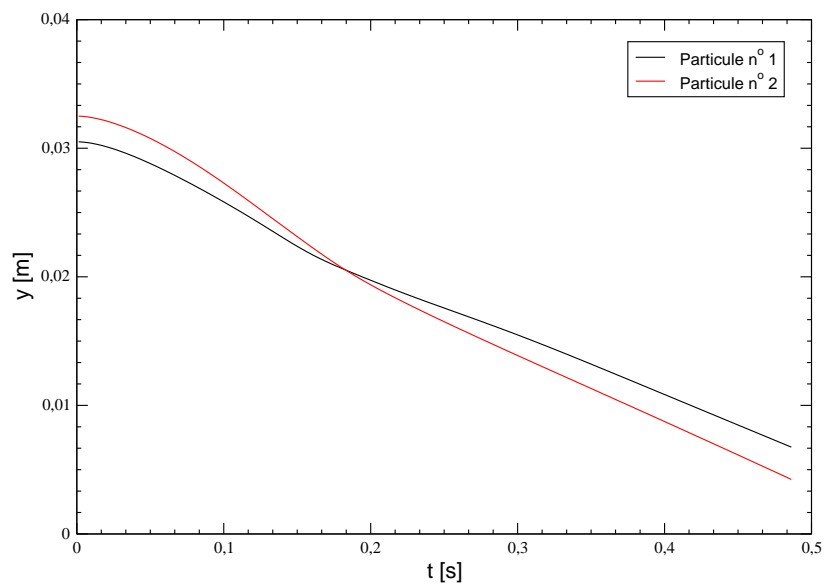


FIGURE 2.35 – Trajectoires verticales des particules.

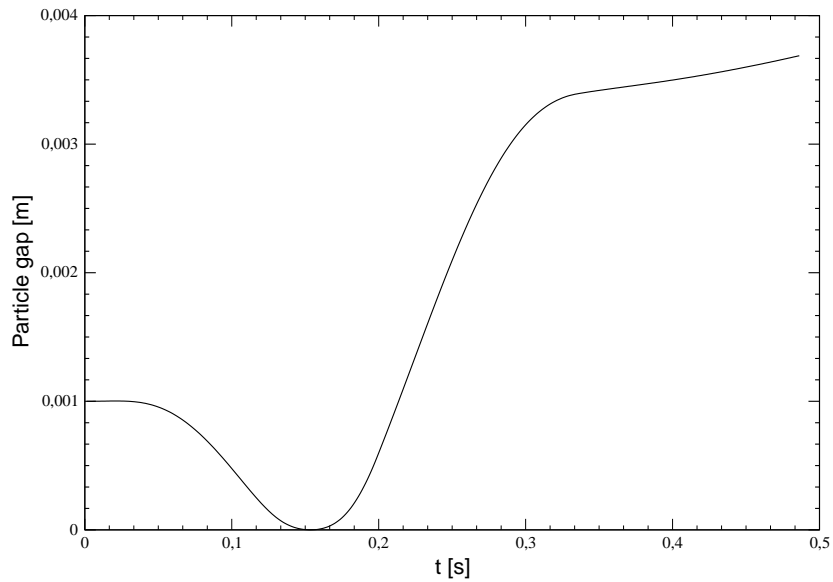


FIGURE 2.36 – Distance entre les deux particules lors du processus de sédimentation.

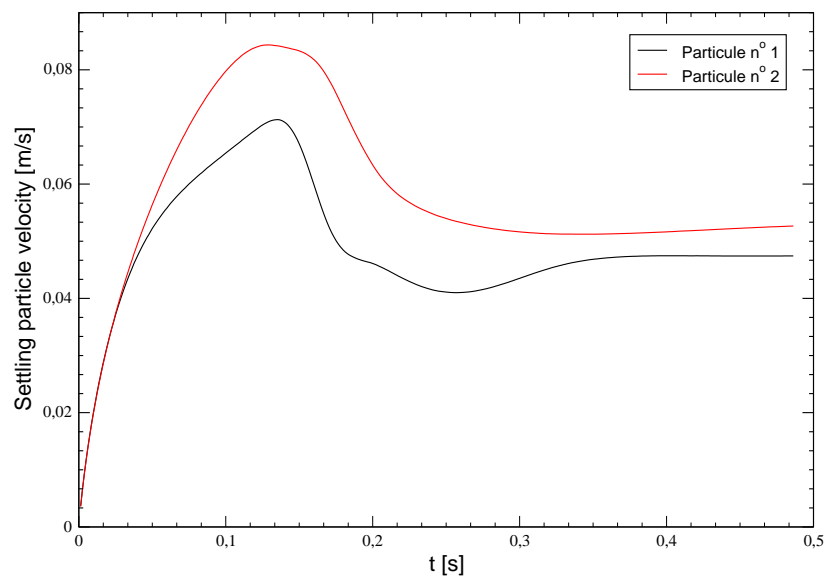


FIGURE 2.37 – Vitesses de chute des particules.

2.3.7 Écoulement 2D autour d'un cylindre fixe

Considérons l'écoulement d'un fluide visqueux incompressible autour d'un cylindre fixe de section circulaire (voir Fig. 2.38). Lorsqu'un fluide s'écoule autour d'un cylindre fixe, l'écoulement exerce sur le cylindre une force de trainée dirigée dans le sens de l'écoulement. On s'intéressera particulièrement au calcul du coefficient de trainée en fonction du nombre de Reynolds particulaire.

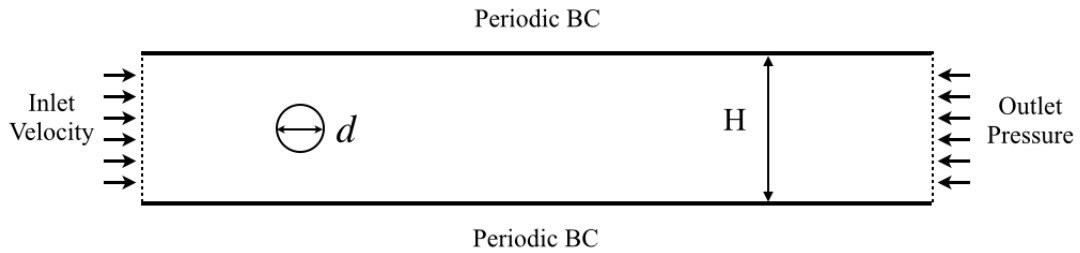


FIGURE 2.38 – Écoulement autour d'un cylindre circulaire fixe : description du problème et conditions aux limites.

En effet, la courbe représentant l'évolution du coefficient de trainée en fonction du nombre de Reynolds $C_D = f(Re)$ est très bien connue dans la littérature [11; 71; 191]. Les résultats numériques obtenus (voir Fig. 2.40) s'avèrent plutôt satisfaisants, car ils fournissent un ordre de grandeur comparable aux résultats du coefficient de traînée obtenu dans le cadre de la sédimentation d'une particule présenté à la section 2.3.5 précédente.

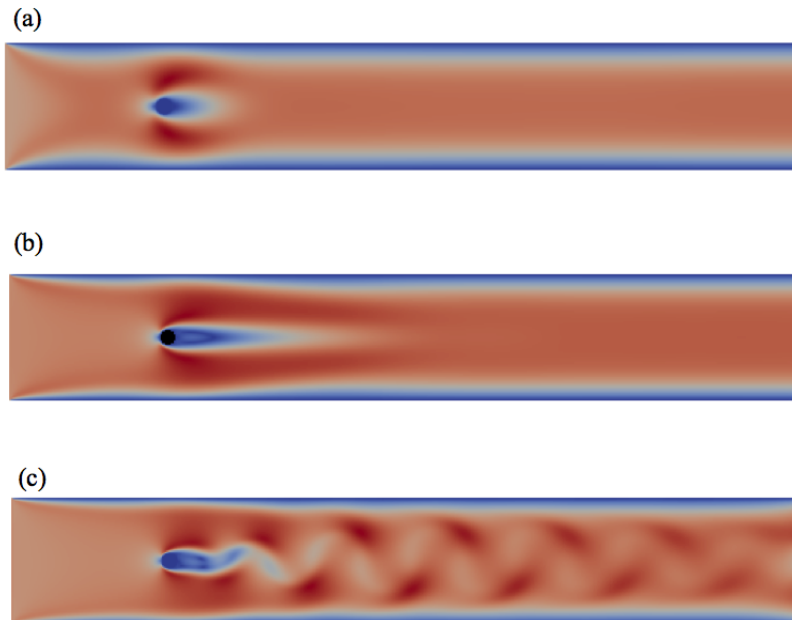


FIGURE 2.39 – Écoulement autour d'un cylindre circulaire fixe : (a) $Re = 10$, (b) $Re = 40$, (c) $Re = 60$ (Tourbillons de Von Karman).

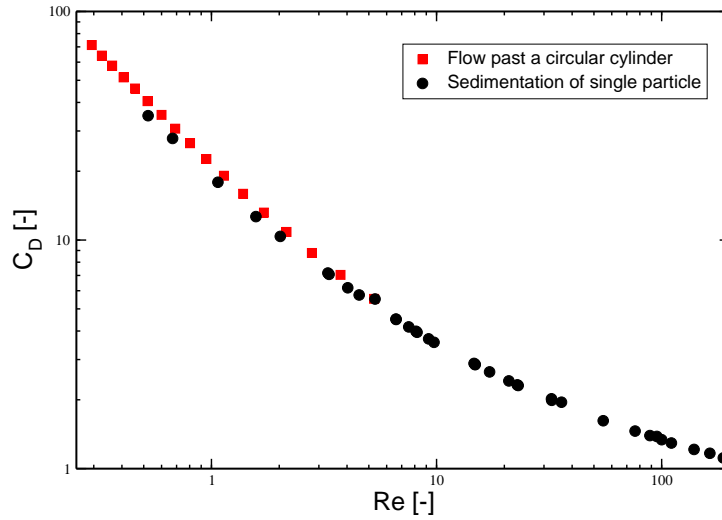


FIGURE 2.40 – Coefficient de traînée en fonction du nombre de Reynolds particulaire.

2.3.8 Couplage fluide-particules : Effet de la résolution spatiale

Dans le but d'évaluer les capacités du couplage bidimensionnel des méthodes particulières LBM-DEM à résoudre les problèmes complexes d'interactions fluide-particules, on s'intéressera ici au choix du maillage. Il est bien connu que la précision des résultats de simulation numérique peut dépendre fortement de la résolution spatiale. Dans le but de trouver la résolution du maillage adéquate pour une bonne représentation des phénomènes physiques observés, nous avons réalisé un test simple de sédimentation d'une particule, tout en modifiant la résolution spatiale. Rappelons que la résolution du maillage est définie comme le ratio entre le diamètre de la particule d et le pas géométrique de discrétisation spatiale Δx du domaine fluide. Pour cela, huit résolutions différentes du maillage ont été considérées : $d/\Delta x = 4, 6, 8, 10, 12, 16, 20$ et 40 . La configuration géométrique et les conditions aux limites utilisées sont les mêmes que celles de la sous-section 2.3.5.

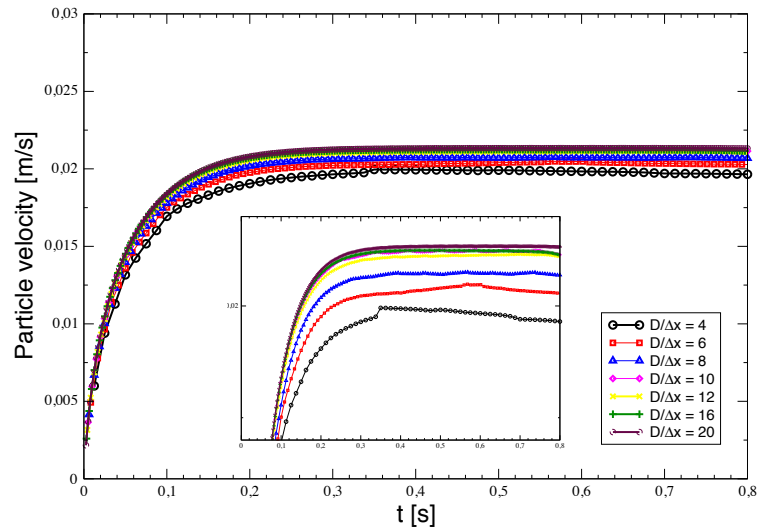


FIGURE 2.41 – Evolution au cours du temps de la vitesse de sédimentation particulaire en fonction de la résolution spatiale.

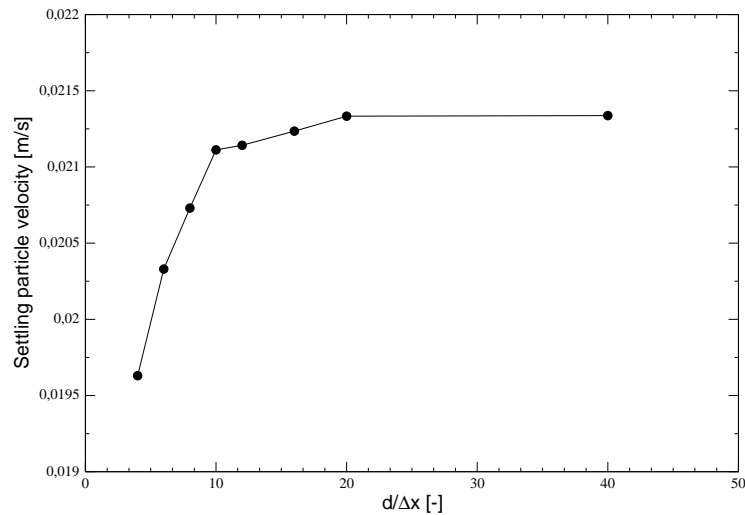


FIGURE 2.42 – Influence de la résolution spatiale $d/\Delta x$ sur la vitesse de sédimentation d'une particule circulaire.

Les résultats numériques de la sédimentation d'une particule circulaire isolée pour les différentes résolutions considérées sont présentés sur la Figure 2.42. Comme on peut le voir, quelque soit la résolution du maillage utilisée, le processus de sédimentation n'est jamais altéré : une phase d'accélération de la particule due à la gravité, suivie d'une

phase stationnaire conséquence de l'équilibre entre les forces hydrodynamiques et le poids apparent de la particule. On constate également qu'à partir d'une résolution de $d/\Delta x = 10$, la vitesse de sédimentation est quasi inchangée. On notera que la valeur de référence prise ici est celle obtenue avec une résolution de $d/\Delta x = 40$. Pour cette valeur de référence, nous obtenons une vitesse terminale de chute de la particule qui vaut 0.02134 m.s^{-1} . L'écart relatif entre la norme de la vitesse de sédimentation obtenue avec $d/\Delta x = 10$ et la valeur dite de référence est de l'ordre de 1%. Ce faible écart s'explique du fait que dans le modèle de couplage des méthodes particulières LBM-DEM, nous utilisons une méthode d'interpolation géométrique afin de pouvoir distinguer avec précision les interfaces courbes fluide-solide pour modéliser le milieu granulaire dont les particules sont des disques et ainsi appliquer la condition Bounce Back sur ces frontières mobiles. Ainsi donc, une résolution de $d/\Delta x = 10$ suffira amplement pour nos calculs afin de pouvoir modéliser proprement les phénomènes physiques souhaités. Pour ce qui concerne les forces hydrodynamiques exercées par le fluide sur la particule, celles-ci sont correctes, mais nous remarquons cependant des fluctuations avec une résolution de maillage faible, fluctuations qui s'amenuisent au fur et à mesure que l'on améliore la résolution. Rappelons également qu'une meilleure résolution du maillage c'est-à-dire un pas de discrétisation spatiale Δx petit, comme nous l'avons bien vu à la section 2.1.2, est très coûteux en temps de simulation. Il faut garder à l'esprit cet aspect important, et être raisonnable sur le choix du maillage à adopter. Le choix d'une résolution de $d/\Delta x = 10$, soit dix nœuds par diamètre est un bon compromis entre précision et durée de calcul et sera utilisée pour les simulations de fluidisation localisée.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté aux sections (2.1) et (2.2) les grandes lignes des différentes approches numériques utilisées dans le cadre de ce travail : la méthode Lattice Boltzmann (LBM) et la méthode des Éléments Discrets (DEM). La LBM traite la partie fluide, et la DEM la partie solide, en s'appuyant sur la Dynamique Moléculaire. Nous avons développé un modèle numérique hybride bidimensionnel LBM-DEM dont les principales caractéristiques sont décrites en section (2.2.4) avec un modèle de couplage qui tient compte des interfaces fluide-particules et particule-particule dans le cas d'éléments discrets. L'objectif de ce modèle de couplage LBM-DEM est ici d'avoir un outil numérique permettant de mieux comprendre à l'échelle microscopique les mécanismes physiques mis en jeu dans le processus de déstabilisation d'un matériau granulaire immergé par fluidisation soumis à un écoulement interne. Nous nous sommes également intéressés à la section (2.3) à la validation du code de calcul 2D. Tout d'abord, nous avons mené une analyse sur les capacités de la LBM à résoudre les problèmes d'écoulement de fluide simples, en régime laminaire établi, car c'est dans ces conditions que des solutions analytiques existent et permettent la vérification (Couette, Poiseuille). De plus, pour des nombres de Reynolds plus élevés, nous avons simulé un écoulement laminaire derrière une marche descendante (Backward step flow), et l'écoulement dans une cavité de section carré (Lid driven cavity) dont les résultats expérimentaux sont disponibles dans la littérature. Ces calculs nous ont permis de valider le modèle de couplage bidimensionnel développé. Pour finir, nous nous sommes intéressés à trois problèmes classiques de couplage fluide-solide : la sédimentation d'une particule isolée en régime visqueux, la sédimentation de deux particules circulaires (mises en évidence du phénomène DKT (Drafting, Kissing et Tumbling) et l'écoulement autour d'une particule circulaire fixe. La comparaison des simulations avec les solutions analytiques d'une part, et les résultats expérimentaux d'autre part ont permis là encore de valider l'efficacité du modèle numérique utilisé à reproduire la phénoménologie des écoulements fluide-particules et ainsi donc la pertinence des résultats obtenus dans le cadre de ce travail de thèse qui seront présentés au chapitre 4.

Chapitre 3

Etude de la fluidisation localisée d'un sol granulaire immergé : Protocoles expérimental et numérique

Introduction

Ce chapitre est consacré à la description de la méthodologie employée et du cadre général du travail réalisé, aussi bien du point de vue de l'étude expérimentale que de celui de l'approche numérique. Dans un premier temps, il sera ainsi décrit le dispositif et les techniques expérimentales utilisées pour cette étude de la déstabilisation par fluidisation localisée d'un matériau granulaire dense immergé. Nous détaillerons ensuite la configuration utilisée dans les simulations numériques ainsi que les adaptations spécifiques liées au choix retenu d'une modélisation bidimensionnelle. Enfin, la dernière partie de ce chapitre sera consacrée à la description des méthodes développées, notamment en terme de traitement d'images, pour exploiter les données, aussi bien expérimentales que numériques.

En préambule de cette description méthodologique, un paragraphe est dédié aux travaux récents qui ont été menés sur la configuration qui nous intéresse ici et qui ont motivé la présente étude. Ceux-ci ont déjà été évoqués rapidement au chapitre 1 et ils seront ici présentés beaucoup plus en détail.

3.1 Contributions à l'étude de la fluidisation localisée mono ou multi-sources d'un sol granulaire

3.1.1 Contexte bibliographique

De façon très générale, on a vu que la fluidisation se produit lorsqu'un ensemble de particules immobiles est mis en mouvement dispersé sous l'effet d'un écoulement fluide. Cela nécessite un fort couplage hydrodynamique entre les phases en présence pour que les contraintes exercées par le fluide sur les grains aboutissent à la déstabilisation du matériau. La configuration à laquelle nous nous sommes intéressés dans ce travail de thèse correspond à une situation particulière où un écoulement liquide ascendant, limité en

taille par rapport aux dimensions du système, crée une fluidisation partielle d'un matériau granulaire. L'objectif de départ est donc de caractériser le seuil de cette fluidisation par une source localisée, la cinétique de croissance de la zone fluidisée et l'état stationnaire finalement atteint par une couche de grains fluidisés localement par une ou plusieurs injections de petite taille faisant transiter un écoulement liquide à débit constant.

En se penchant sur la bibliographie consacrée à ce problème, on constate qu'il y a un intérêt plus grand apporté à la fluidisation localisée par un gaz que par un liquide. Ce premier cas a en effet des applications industrielles directes via les procédés de lits fluidisés par jaillissement (spouted beds, tapered fluidized beds) et a motivé un nombre important d'études [192; 193; 194; 195; 196]. Toutefois, cette configuration correspond à un régime hydrodynamique turbulent et les travaux sont quasi-exclusivement menés dans des conditions où le lit fluidisé est sollicité très nettement au-dessus de son seuil de fluidisation. Les résultats ainsi obtenus ne sont donc a priori pas extrapolables au cas d'une fluidisation par un liquide, proche du seuil et avec un régime hydrodynamique différent. Pour cette situation spécifique, il existe seulement des travaux expérimentaux récents, par Zoueshtiagh et Merlen [12] puis par Philippe et Badiane [13], et quelques travaux numériques, notamment par Cui [14; 15]. Ces études ont seulement abordé le cas d'une unique source d'injection, à l'exception de quelques expériences préliminaires réalisées par Philippe et Badiane [13].

Comme cela sera présenté à la section 3.2.2, nous utilisons deux configurations différentes pour notre étude numérique combinant la Méthode des Éléments Discrets (DEM) pour la phase solide et la Méthode Lattice Boltzmann (LBM) pour le liquide. La première configuration consiste à fluidiser un lit granulaire étendu par une seule source localisée tandis que la seconde consiste à étudier l'interaction entre deux cavités fluidisées en fonction de leur écartement initial. C'est cette seconde configuration qui est également étudiée dans nos expériences décrites au paragraphe 3.2.1.2. Les travaux expérimentaux de Zoueshtiagh et Merlen [12], et Philippe et Badiane [13] cités ci-dessus nous serviront ainsi à valider notre modèle. Des comparaisons avec la modélisation numérique très similaire de Cui et al. [14; 15] pourront également être menées. Notons que des expériences récentes par Asaydalani et Clayton [16] et d'autres plus anciennes telle que Apte et al. [104], toutes les deux en géométrie quasi bidimensionnelle (cellule de section rectangulaire dont les deux plaques planes parallèles sont légèrement écartées de quelques diamètres de particules) pourront également être utilisées afin notamment de comprendre l'influence possible de la géométrie entre systèmes bi et tri-dimensionnels sur lesquels sont réalisées des mesures de pression.

Nous détaillerons donc dans les sections qui suivent les principaux résultats de ces travaux auxquels sera confrontée notre étude numérique et qui seront également prolongés par notre travail expérimental sur l'interaction entre deux zones localement fluidisées.

3.1.2 Quelques travaux expérimentaux antérieurs

La fluidisation d'un lit granulaire tri-dimensionnel étendu par une source localisée a été étudiée par Zoueshtiagh et Merlen [12]. Cette étude portait sur la réponse d'un matériau granulaire soumis à un écoulement ponctuel vertical et ascendant. Des travaux sur une configuration très similaire ont ensuite été menés par Philippe et Badiane [13] mais en

s'appuyant cette fois sur des techniques optiques spécifiques permettant une visualisation directe à l'intérieur d'un matériau granulaire modèle (billes de verre sphériques) pour reprendre et prolonger l'étude précédente.

3.1.2.1 Dispositifs expérimentaux

Le dispositif expérimental de Zoueshtigh et Merlen [12] est illustré sur la Figure 3.1. Il est constitué d'un réservoir cylindrique en plexiglas de 24 cm de diamètre et 17 cm de hauteur, rempli soit de billes de verre (0.8 - 1.2 mm) soit de sable (0.25 - 0.45 mm), à la base duquel se trouve un orifice où vient se loger une buse de diamètre variable définissant ainsi la taille de l'injection. Pour ces expériences, trois buses de diamètres d'injection différents d_i (3 mm, 15 mm et 35 mm) ont été utilisées. La surface libre est à la pression atmosphérique et on note H_0 la hauteur de l'empilement granulaire et W celle de la couche d'eau supérieure. Le système est alimenté par une pompe reliée en entrée à un débitmètre mesurant le débit d'écoulement. Pour chaque expérience, les mesures sont effectuées en augmentant progressivement le débit d'écoulement et en observant au moyen d'une camera CCD le comportement du matériau granulaire immergé ainsi sollicité.

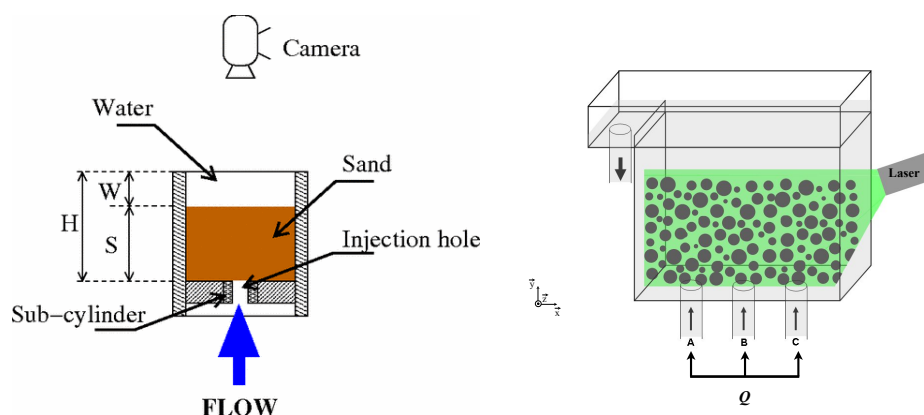


FIGURE 3.1 – Représentation schématique des dispositifs expérimentaux de (a) Zoueshtigh et Merlen [12] et (b) Philippe et Badiane [13].

Le dispositif utilisé par Philippe et Badiane [?] est assez similaire à la différence notable qu'il permet la visualisation des mouvements des particules de la structure granulaire à l'intérieur du milieu poreux. Pour cela, deux techniques optiques combinées ont été utilisées : la technique iso-indice, qui consiste à créer un milieu translucide constitué de billes de verre transparentes immergées dans un liquide de même indice de réfraction, et la fluorescence induite par plan laser (PLIF), qui consiste en la ré-émission de lumière par un colorant fluorescent uniquement dans le plan d'émission d'un rayonnement laser. Ce sont ces mêmes techniques que nous avons mis en œuvre dans nos expériences et qui seront présentées plus en détail aux sections 3.2.1.1 et 3.2.1.3. Les expériences sont menées avec des billes monodisperses en verre borosilicate, parfaitement sphériques, de diamètre d (3 mm, 5 mm et 6,4 mm) et de densité $\rho_s = 2230 \text{ kg.m}^{-3}$ et un mélange de deux d'huiles minérales ($\rho_m = 850 \text{ kg.m}^{-3}$, $\mu_m = 0.0183 \text{ Pa.s}$) avec, pour chacune des phases en présence, un même indice optique de réfraction $n \approx 1.473$. Le dispositif est représenté sur la

Figure 3.1. Les billes sont placées dans une cellule de section rectangulaire de dimension 200×80 mm puis saturées très lentement par le mélange d’huiles. Le milieu iso-indice ainsi créé est illuminé par une nappe laser verticale centrée sur la (ou les) zone(s) d’injection. Celles-ci sont situées à la base de la couche granulaire, au niveau des buses A, B et C dont le diamètre d_i peut être choisi égal à 6 mm ou 14 mm, et dont l’espacement est de 40 mm. Pour pratiquement toutes ces expériences, seule la buse B a été utilisée, mais rappelons également qu’il est possible de travailler simultanément avec deux buses, voire plus. Le dispositif est alimenté à débit Q constant par une pompe à engrenages. La masse de billes utilisée varie de 0.25 à 3 kg de façon à modifier la hauteur initiale H_0 .

3.1.2.2 Observations expérimentales et résultats

Régimes stationnaires

D’après ces deux études, en fonction du débit d’écoulement, trois régimes ont pu être observés : (i) un régime poreux où aucune déformation du lit granulaire n’est observée ; (ii) un régime de transition avec création d’une cavité fluidisée qui reste localisée à proximité immédiate de la zone d’injection ; (iii) un régime de fluidisation locale de la couche granulaire sur toute la hauteur le long d’un conduit vertical similaire à une cheminée.

Quelques remarques importantes sont à faire :

- Pour le régime (ii), Zoueshtiagh et Merlen [12] ont simplement remarqué une dilatation de la surface supérieure du lit et en ont déduit l’existence probable d’une cavité fluidisée qui a ensuite été confirmée par les observations directes de Philippe et Badiane [13].
- La frontière entre les régimes (ii) et (iii) augmente approximativement linéairement avec la hauteur de l’empilement.
- Toujours au niveau de la frontière entre les régimes (ii) et (ii), il y a une influence du frottement entre grains qui, comme montré par Zoueshtiagh et Merlen [12], introduit un effet d’hystérésis entre les débits seuil de fluidisation, Q_f , et de défluidisation Q_d , notamment pour les grandes hauteurs d’empilements de grains et pour les expériences avec du sable. L’effet est moindre avec des billes de verre.
- Dans le régime (iii), la forme de la cheminée a été mesurée par Zoueshtiagh et Merlen [12] (Fig. 3.2). Les résultats montrent que, près du seuil de fluidisation, la cheminée a une forme quasi-cylindrique, légèrement évasée vers le haut. Cette forme s’élargie lorsque Q augmente.
- Les deux études ont montré que, dans la gamme explorée, le diamètre d’injection d_i paraît avoir un effet négligeable. Cela est vrai aussi bien pour la forme de la cheminée [12] que pour la valeur du seuil de fluidisation en cheminée [13].
- La Figure 3.3 tirée de Philippe et Badiane [13] montre la présence d’un autre effet d’hystérésis dans le régime de cavité fluidisée. En effet, en partant d’une cheminée fluidisée et en diminuant progressivement le débit d’injection par paliers successifs, on voit que si la cheminée se referme pour un débit de défluidisation assez proche du débit de fluidisation, elle peut en revanche continuer d’exister pour des débits nettement inférieurs au débit d’apparition de la première cheminée en partant

d'un empilement statique. Il y a, entre les débits d'apparition et de disparition de la cavité fluidisée, un rapport très grand qui peut atteindre 3 à 4.

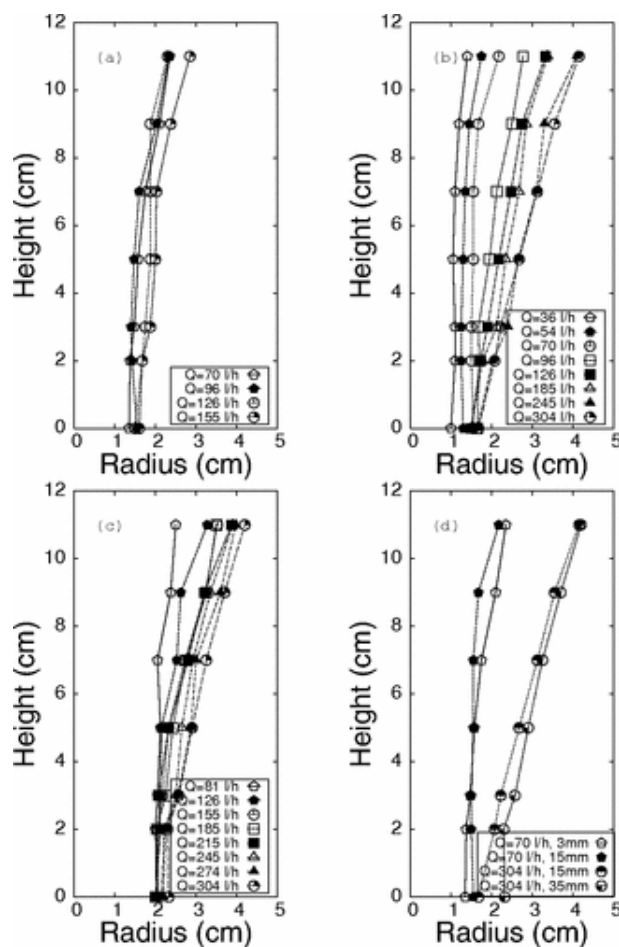


FIGURE 3.2 – Taille et profil de la cheminée en fonction du débit pour des buses de diamètres (a) $d_i = 3 \text{ mm}$, (b) $d_i = 15 \text{ mm}$ et (c) $d_i = 35 \text{ mm}$. (d) Comparaison de profils obtenus avec différentes buses à des débits identiques. Figures extraites de Zoueshtiagh et Merlen [12].

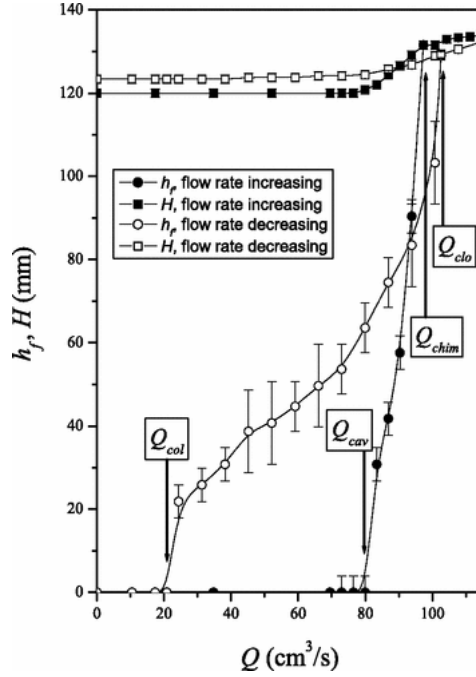


FIGURE 3.3 – Effet d’hysteresis très important sur l’existence du régime de cavité fluidisée en fonction du sens de variation du débit. Figure extraite de Philippe et Badiane [13].

Pour une description plus détaillée du régime (ii) de cavité fluidisée, des mesures et calculs théoriques du profil de pression en fonction de la hauteur $P(z)$ ont été réalisées en géométrie quasi-bidimensionnelle par Apte et al. [104], puis Alsaydalani et Clayton [16]. Dans le régime (iii) de cheminée fluidisée dans l’état stationnaire, Zoueshtiagh et Merlen [12], puis Philippe et Badiane [13] ont montré que la cheminée avait une géométrie quasi-cylindrique, avec des avalanches latérales coniques qui réalimentent systématiquement le conduit à sa base. Une mesure de l’angle à l’interface entre la zone de recirculation et une zone dite morte en géométrie quasi-2D a été réalisée par Alsaydalani et Clayton [16], qui ont trouvé expérimentalement un angle de 63.9° . De même, Cui [14; 15] et Jun [197] ont trouvé respectivement un angle de 62° et 63° avec les simulations numériques.

Régime transitoire vers la cheminée

Avant d’atteindre le régime stationnaire, on note une phase transitoire au cours de laquelle une cavité fluidisée se crée au voisinage de la zone d’injection et se développe du bas vers le haut de la couche granulaire avec, au final, l’apparition d’une cheminée de fluidisation. Des mesures de la durée T de ce régime transitoire ont été réalisées par Philippe et Badiane [13] et sont présentées sur la Figure 3.4.

On note une divergence de T lorsque le débit d’injection Q tend vers le débit critique Q_{ch} par valeurs supérieures. Il est possible de rendre compte simplement de cette divergence en définissant un taux de croissance caractéristique $V = H_0/T$, assimilé à une vitesse. Comme nous pouvons le remarquer sur la Figure 3.4, les mesures expérimentales sont compatibles avec une loi de la forme :

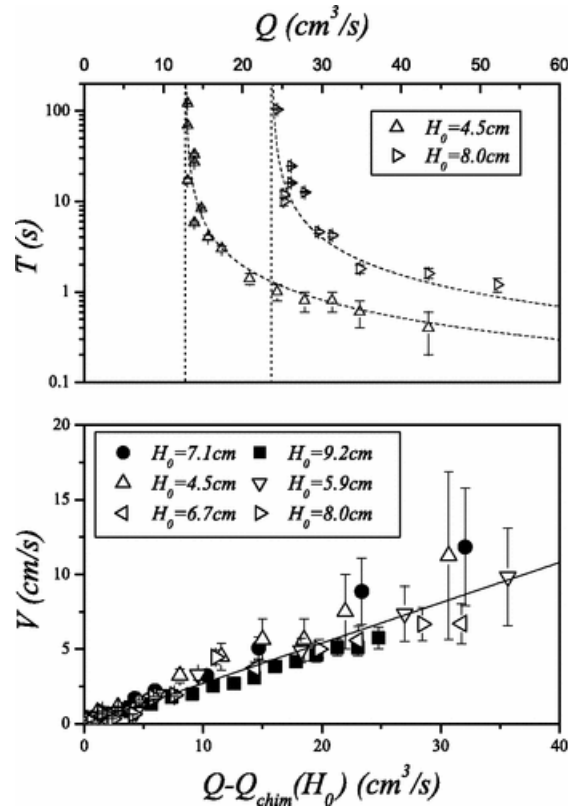


FIGURE 3.4 – Durée du régime transitoire.

$$V(Q, H_0) = \frac{H_0}{T(Q, H_0)} = \Psi(Q - Q_{\text{ch}}(H_0)) \quad (3.1)$$

où le coefficient Ψ est indépendant de H_0 et semble dépendre uniquement du diamètre des grains.

Interaction entre deux sources d'injection

D'autres expériences préliminaires, également réalisées par Philippe et Badiane [13], ont visé à étudier au cours du régime transitoire l'interaction entre deux cavités fluidisées selon l'écartement δ imposé entre les buses d'injection. Comme illustré sur le schéma du dispositif expérimental (Fig. 3.1), les buses d'injection A, B et C sont espacées de 40 mm. Cela impose alors deux choix pour l'écartement : $\delta_1 = 40 \text{ mm}$ et $\delta_2 = 80 \text{ mm}$ pour une ouverture simultanée des buses B et C ou A et C. Dans ces expériences, le diamètre d'injection est $d_i = 6 \text{ mm}$ et le débit Q correspond au débit total injecté à travers les deux buses utilisées.

Les expériences ont montré que deux cavités fluidisées suffisamment éloignées l'une de l'autre ($\delta_2 = 80 \text{ mm}$) présentent chacune un comportement individuel similaire au cas d'une injection unique, sans interaction visible entre elles. À l'inverse, pour un écartement plus faible ($\delta_1 = 40 \text{ mm}$), au cours du régime transitoire, les cavités fluidisées créées à chaque buse d'injection s'attirent mutuellement jusqu'à fusionner entre elles pour ne

former au final qu'une seule cheminée fluidisée (Fig. 3.5).

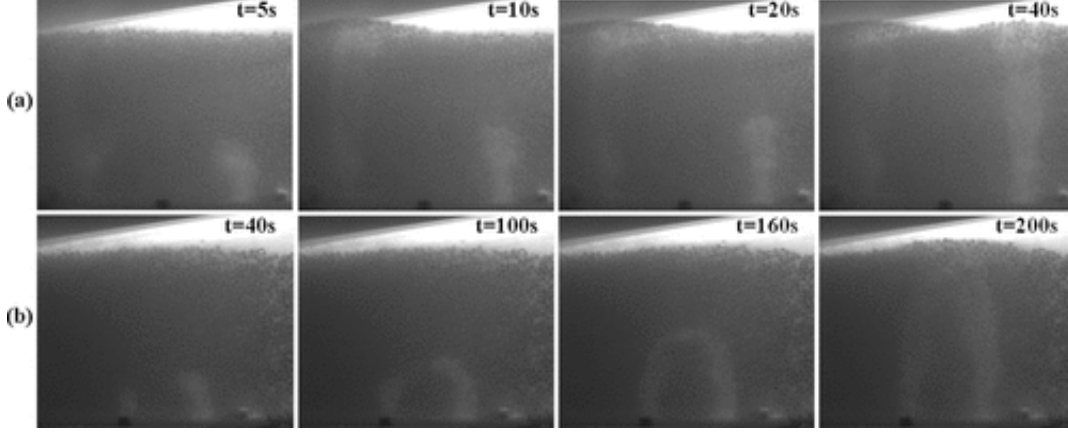


FIGURE 3.5 – Interaction entre deux cavités fluidisées en fonction de l'écartement. Figures extraites de Philippe et Badiane [13].

Pour les deux écartements δ_1 et δ_2 , les débits seuils d'apparition d'une cheminée fluidisée sont respectivement $Q_{\text{ch}}^{2S}(\delta_1) \approx 29 \text{ cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ et $Q_{\text{ch}}^{2S}(\delta_2) \approx 44 \text{ cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$. Pour une seule source d'injection, le débit seuil de cheminée fluidisée vaut $Q_{\text{ch}}^{1S} \approx 27 \text{ cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$. On retrouve bien un débit seuil proche de 2 fois le seuil dans le cas où l'interaction est faible ($\delta_2 = 80 \text{ mm}$). En revanche, lorsque les cavités fluidisées sont suffisamment proches l'une de l'autre pour pouvoir fusionner et mettre en commun leurs écoulements, le seuil d'apparition d'une seule cheminée fluidisée reste quasi-inchangé.

3.1.2.3 Analyses et discussion

Le régime (i), assimilé à un écoulement dans un milieu poreux, a été modélisé théoriquement par Zoueshtiagh et Merlen [12] en s'appuyant sur la loi de Darcy et en résolvant alors pour la pression motrice p l'équation de Laplace $\Delta p = 0$. La solution théorique pour une source ponctuelle en milieu infini permet de calculer en fonction du débit Q la pression motrice en tout point du lit :

$$p = \frac{Q}{2\pi k_d \sqrt{r^2 + (z + H_0)^2}} \quad (3.2)$$

où k_d est la perméabilité du matériau granulaire.

En appliquant alors une condition de pression constante à la surface supérieure du milieu poreux, il est possible d'obtenir u , la vitesse verticale ascendante du fluide à la sortie du poreux. En supprimant l'hypothèse d'une source ponctuelle, l'influence du confinement sur l'écoulement fluide dans le milieu poreux a fait l'objet d'une étude numérique où l'équation de Laplace est résolue en différences finies centrées par la méthode itérative SOR (Successive Over Relaxation) [198; 199; 200; 201]. Comme le montre la Figure 3.6, les prédictions des modèles théoriques et numériques ont été confrontées à des mesures expérimentales des vitesses du fluide à la surface du lit, mesures réalisées au moyen d'un colorant déposé à la surface du lit au niveau de l'interface eau-lit.

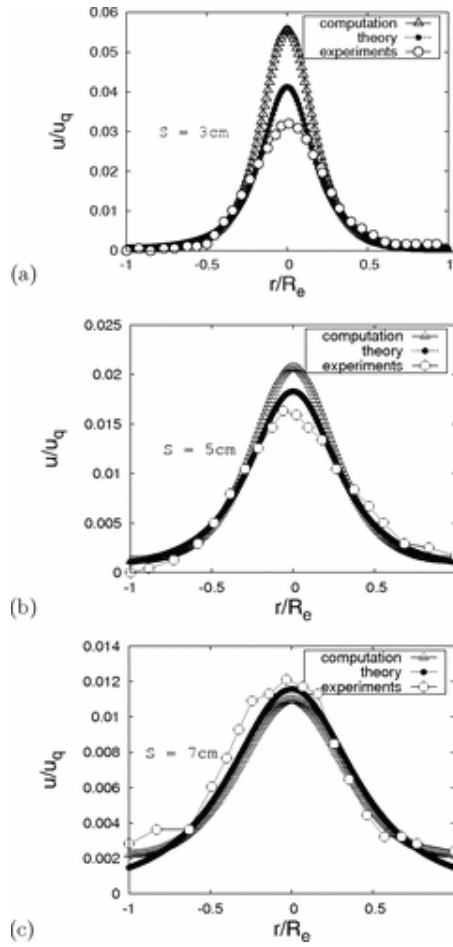


FIGURE 3.6 – Comparaison entre les profils de vitesses théoriques, numériques et expérimentaux à l'interface eau-lit dans le régime (i) avec un diamètre d'injection $d_i = 15 \text{ mm}$ pour (a) $H_0 = 3 \text{ cm}$, (b) $H_0 = 5 \text{ cm}$ et (c) $H_0 = 7 \text{ cm}$. Les vitesses u et la distance à l'axe de symétrie de la cellule r sont respectivement adimensionnées par la vitesse débitante et le rayon de la cellule R_e . Les expériences sont menées avec des billes de verre. Figures extraites de Zoueshtiagh et Merlen [12].

On voit que la concordance entre les résultats fournis par les modèles théoriques, numériques et les résultats expérimentaux est fonction de la hauteur H_0 de l'empilement granulaire. Pour $H_0 = 3 \text{ cm}$, on note un écart significatif entre les différents résultats près de l'axe de la cellule, où les effets de l'injection sont les plus prépondérants. Ces écarts diminuent lorsque la hauteur du lit augmente. Ces résultats montrent qu'il faut des rapports d'aspects $\frac{d_i}{H_0} \leq 1$ et $\frac{H_0}{R_e} \approx 0.6$ pour pouvoir raisonnablement considérer l'injection comme une source ponctuelle distribuant le fluide à travers le milieu supposé infini.

Pour le régime (iii), un modèle théorique été également proposé. Ce modèle consiste à estimer le débit seuil Q_f d'apparition d'une cheminée fluidisée en faisant l'hypothèse que cette cheminée est parfaitement cylindrique, de section Σ_{ch} , de rayon R_{ch} et de hauteur H_0 égale à celle du lit. Zoueshtiagh et Merlen [12] supposent aussi que ce débit seuil de fluidisation peut se décomposer comme la somme du débit de fluidisation homogène à

travers la cheminée cylindrique Q_f et du débit dans le reste du milieu non fluidisé Q_{nf} :

$$Q_f = Q_{ch} + Q_{nf} \quad (3.3)$$

Le débit Q_{ch} de fluidisation homogène d'une cheminée cylindrique de grains vaut d'après la loi de Darcy (et en supposant donc celle-ci valide, c'est-à-dire pour des nombres de Reynolds inférieurs à 10 [?]) :

$$Q_{ch} = k_d \Sigma_{ch} \frac{\Delta p_f}{H_0} \quad (3.4)$$

où Δp_f correspond à la pression motrice au seuil de fluidisation du bloc cylindrique et s'écrit :

$$\Delta p_f = \phi \Delta \rho H_0 g \quad (3.5)$$

avec ϕ la fraction volumique des grains, g la gravité et $\Delta \rho$ la différence de masse volumique entre les grains et l'eau. Cette relation traduit simplement que la force de poussée due à la différence de pression entre le haut et le bas de l'empilement granulaire l'emporte sur le poids apparent de la cheminée. On peut également rajouter au poids la force de frottement statique sur les parois du bloc cylindrique. La condition précédente est alors :

$$\Delta p_f = \frac{\phi \Delta \rho H_0 g}{1 - \mu_s} \quad (3.6)$$

où μ_s est le coefficient de frottement sec.

Par conséquent, le débit de fluidisation homogène à travers la cheminée cylindrique vaut :

$$Q_{ch} = k_d \Sigma_{ch} \frac{\phi \Delta \rho g}{1 - \mu_s} \quad (3.7)$$

Le second débit Q_{nf} est calculé en fonction du gradient de pression comme présenté juste avant pour le régime (i), c'est-à-dire issus d'un point source et dans la limite d'un milieu poreux infini avec un écoulement de type Darcy. Par continuité de la pression motrice à la base ($z = -H_0$) et en périphérie ($r = R_{ch}$) de la cheminée, on trouve à partir de la relation 3.2 :

$$\Delta p_f = \frac{Q_{nf}}{2\pi k_d R_{ch}} \quad (3.8)$$

Le débit total au seuil de fluidisation en cheminée Q_f s'écrit finalement :

$$Q_f = k_d \Sigma_{ch} \frac{\phi \Delta \rho g}{1 - \mu_s} \left(1 + \frac{2\pi R_{ch} H_0}{\Sigma_{ch}} \right) = Q_{ch} \left(1 + \frac{\pi H_0}{R_{ch}} \right) \quad (3.9)$$

Le seuil de défluidisation Q_d est obtenu de la même façon mais en ne tenant pas compte cette fois-ci de la force de frottement. Le rapport entre ces deux débits seuils est égale à $\frac{Q_f}{Q_d} = \frac{1}{1 - \mu_s}$. En mesurant le coefficient de frottement des particules par la méthode du tambour tournant [28], Zoueshtiagh et Merlen retrouvent avec cette relation Q_f/Q_d égale à 2.8 et 2 respectivement pour les grains de sable et les billes de verre [12]. Les résultats expérimentaux sont en assez bon accord avec ces prédictions théoriques, car

l'on obtient respectivement $Q_f/Q_d \approx 3$ et $Q_f/Q_d \approx 1.24$ pour les grains de sable et les billes de verre.

Si l'on revient sur la forme de l'expression 3.9, en omettant l'influence du frottement qui est faible pour des billes de verre, on voit qu'elle permet bien de retrouver une variation linéaire pour Q_f en fonction de la hauteur du lit H_0 . Elle prédit également par l'intermédiaire du préfacteur Q_{ch} la dépendance aux autres paramètres puisque, si l'on explicite la perméabilité à l'aide de la relation de Carman-Kozeny [29], ce préfacteur s'écrit :

$$Q_{ch} = \frac{\pi R_{ch}^2 (1 - \phi)^3 d^2 \Delta \rho g}{180 \phi \nu_f} \quad (3.10)$$

La seule inconnue dans cette expression est le diamètre de la cheminée R_{ch} , qui, comme on l'a vu au paragraphe précédent, ne dépend pas, ou peu, du diamètre d'injection d_i et de la taille des billes d dans les gammes explorées [12; 13]. Ne pouvant définir une longueur caractéristique de référence en imposant la taille de la cheminée, un adimensionnement n'est pas possible et Philippe et Badiane [13] ont introduit une section de référence σ pour prendre en compte les influences relatives liées à la taille des billes et aux propriétés liquide :

$$\sigma = \frac{180 \Phi \nu_f Q}{(1 - \phi)^3 d^2 \Delta \rho g} \quad (3.11)$$

Des équations 3.10 et 3.11, on déduit que la cheminée fluidisée apparaît dans un empilement de hauteur initiale H_0 dès lors que σ atteint la valeur critique :

$$\sigma_f(H_0) = \pi R_{ch}^2 \left(1 + 2 \frac{H_0}{R_{ch}} \right) \quad (3.12)$$

La Figure 3.7 extraite de [13] montre qu'il est possible de regrouper les données expérimentales à l'aide σ . On note en plus qu'il y a un accord quantitatif au regard de la prédiction théorique (Eq. 3.12). On trouve alors un rayon de la cheminée fluidisée qui est $R_{ch} \approx 12$ mm. Cette valeur est cohérente avec les mesures de Zoueshtiagh et Merlen [12] présentées à la Figure 3.2.

Cette loi d'échelle est confirmée par son application dans le régime transitoire. En effet, en traçant le taux de croissance V en fonction de la section σ pour les données obtenues avec des billes de taille 3 mm et 5 mm, on constate également que toutes les données se regroupent sur une même droite avec toutefois un peu plus de dispersion (Fig. 3.8).

Une relation de proportionnalité a été proposée et s'écrit :

$$V = \beta (\sigma - \sigma_f(H_0)) \quad (3.13)$$

avec un coefficient approximatif $\beta \sim 0.1 \text{ cm}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$.

A notre connaissance, aucun modèle théorique ne permet d'évaluer la vitesse d'expansion d'une zone fluidisée de petite dimension. Il existe en revanche, dans le cas d'une fluidisation homogène dans un lit fluidisé, des modèles permettant de décrire la célérité d'une onde cinématique séparant deux zones fluidisées de porosités différentes

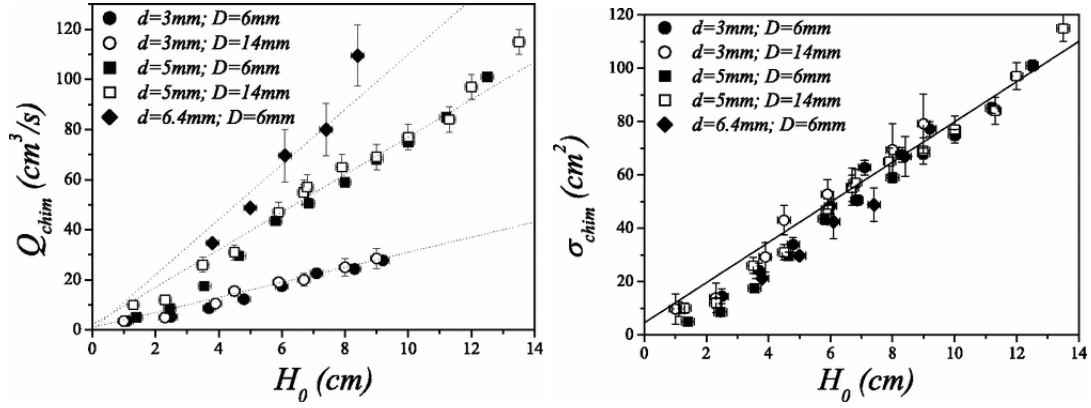


FIGURE 3.7 – (a) Débit critique Q_f et (b) section de référence critique σ_f au seuil d'apparition de la cheminée fluidisée en fonction de la hauteur H_0 du lit granulaire. Figures extraites de Philippe et Badiane [13].

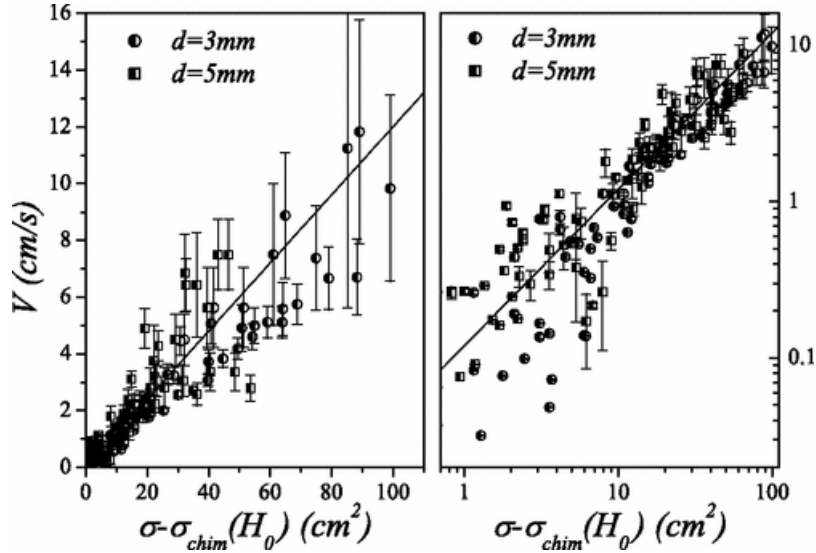


FIGURE 3.8 – Taux de croissance V en fonction de $\sigma - \sigma_f(H_0)$. Figures extraites de Philippe et Badiane [13].

[1; 63; 202]. Ces prédictions restent cependant très éloignées du résultat obtenu ici où le taux d'expansion est beaucoup plus faible.

3.1.3 Études numériques antérieures de la fluidisation localisée d'un sol granulaire

L'étude numérique de la fluidisation localisée d'un sol granulaire avec une cohésion contrôlée a été étudié en détail par Cui et al. [14; 15]. Le paramètre de contrôle des forces cohésives interparticulaires sera noté K . La source localisée d'injection du fluide à la base de la matrice granulaire est représentative d'une fuite de canalisation souterraine. Pour cela, un modèle de couplage hybride combinant la méthode des éléments discrets (DEM)

pour la phase solide et la méthode Lattice Boltzmann avec le modèle de turbulence de Smagorinsky (LES-LBM) [14; 15; 197; 69; 70; 158; 71; 55] pour le liquide a été employée dans une configuration bidimensionnelle pour simuler et modéliser la déstabilisation par un écoulement interne d'un matériau granulaire.

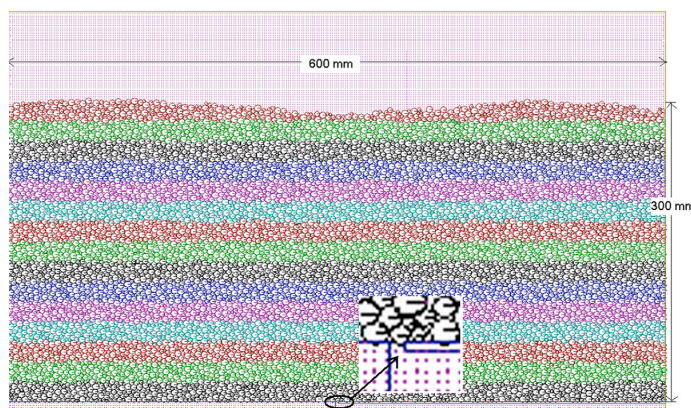


FIGURE 3.9 – Représentation de la configuration géométrique 2D utilisée pour la simulation numérique de la fluidisation localisée d'un sol granulaire. Figure extraite de Cui et al. [14; 15].

Un schéma de la géométrie considérée est présenté sur la Figure 3.9. Le matériau granulaire polydisperse immergé dans de l'eau, est constitué de 9997 particules circulaires de diamètres 3 mm, 4 mm, 5 mm et 6 mm. Le lit a pour dimension 600 mm de longueur et 300 mm de hauteur. La buse d'injection liquide située au milieu de la base de l'empilement a une taille de 3 mm, à travers laquelle on impose un débit constant, pouvant varier de 0.25 à 6.0 l.s⁻¹ pendant toute la durée de chaque simulation, soit 20 s. Pour plus amples d'information sur les paramètres de simulation numérique, on consultera les articles de Cui et al. [14; 15]. Les méthodes numériques sont quant à elles décrites au chapitre 2. En ce qui concerne la perméabilité d'un empilement granulaire bidimensionnel, ce point sera abordé plus en détail à la section 3.2.2.

En fonction du débit d'injection imposé au niveau de la buse, les trois régimes ont pu également être observés comme c'est le cas pour les études expérimentales : un régime statique (Fixed-bed regime) assimilé à un écoulement dans un milieu poreux (Fig. 3.10) ; un régime de cavité dite stable (Stable cavity regime) (Fig. 3.11) ; un régime de transition (Growing-cavity regime) suivi d'un régime de fluidisation locale de la couche granulaire sur toute l'épaisseur du lit (Blow-out regime) (Fig. 3.12). Pour ces régimes, une analyse approfondie de l'évolution du profil de pression à différentes hauteurs du lit, et du volume de la cavité au cours du temps a pu être réalisée. Nous nous intéressons à l'évolution du profil de pression à différentes hauteurs du lit en fonction du débit d'injection imposé.

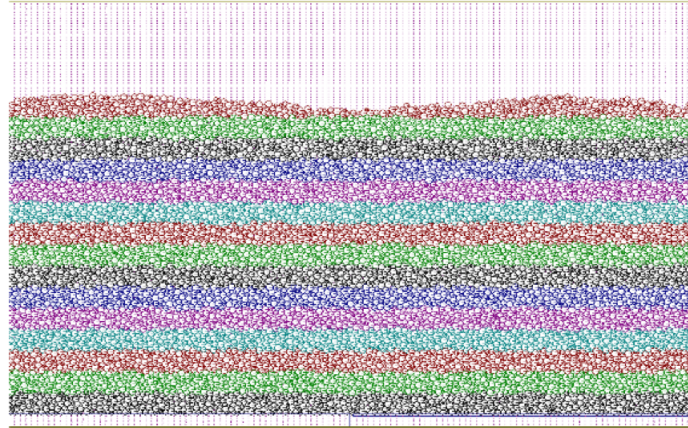


FIGURE 3.10 – Fixed-bed regime. The flow rate are below 0.8 l.s^{-1} and the snapshot is taken at $t = 20 \text{ s}$. Figure extraite de Cui et al. [14; 15].

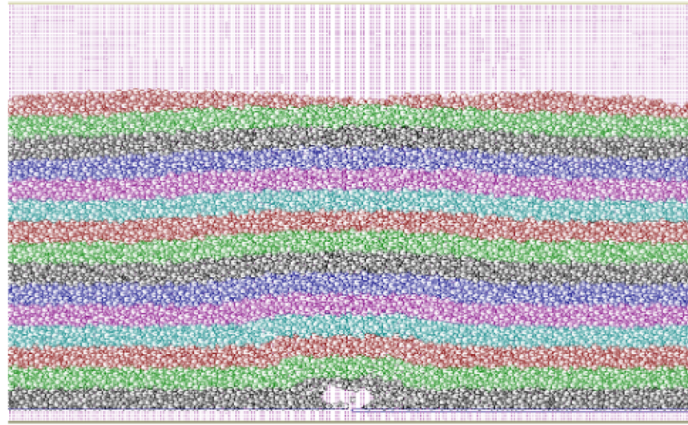


FIGURE 3.11 – Stable cavity regime. The flow rate are between $0.8 - 2.0 \text{ l.s}^{-1}$ and the snapshot is taken at $t = 20 \text{ s}$. Figure extraite de Cui et al. [14; 15].

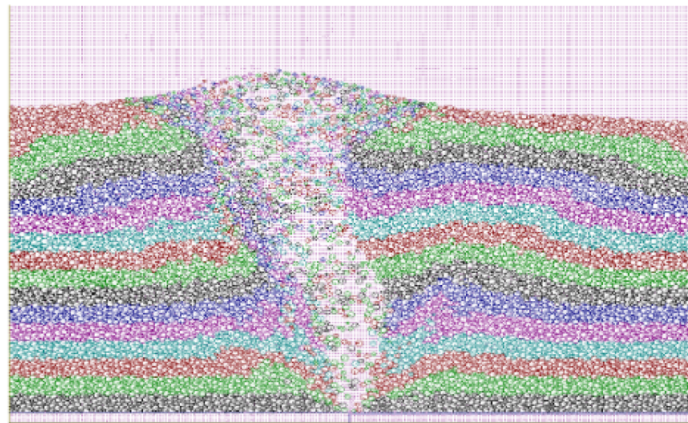


FIGURE 3.12 – Blow-out regime. The flow rate are above 2.0 l.s^{-1} and the snapshot is taken at $t = 20 \text{ s}$. Figure extraite de Cui et al. [14; 15].

On constate que proche de la zone d'injection, la pression ne cesse de croître avec le débit jusqu'à atteindre un pic de pression (le point A). Au delà de ce point, on observe une forte chute de pression bien que le débit d'injection ne cesse d'augmenter. Cette forte diminution de la pression indique tout simplement que la fluidisation se produit (ou encore la vitesse minimale de fluidisation est atteinte) de sorte que le fluide se dissipe plus difficilement dans la cavité en raison de la mise en mouvement des particules car la résistance hydraulique de cette zone fluidisée est beaucoup plus faible. L'apparition d'une cavité fluidisée a été observée dans les tests numériques quand le débit d'injection imposé excède 0.8 l.s^{-1} et que la pression au niveau de la zone d'injection a atteint son maximum 12 kPa. De même, dans les travaux expérimentaux de Alsaydalani et Clayton [16], la fluidisation a été observée lorsque le débit d'injection a été augmenté au-delà de 1024 l.h^{-1} (soit 0.289 l.s^{-1}), ce qui a conduit à une valeur du pic de pression (point A) tout proche de la zone d'injection à une hauteur de 10 mm (voir Figure 3.13). Les résultats numériques de Cui et al. [14; 15] sont en très bon accord qualitatif avec les résultats expérimentaux d'Alsaydalani et Clayton [16] bien que les ordres de grandeurs ne sont pas les mêmes du fait de l'utilisation d'un modèle bidimensionnel pour la simulation numérique.

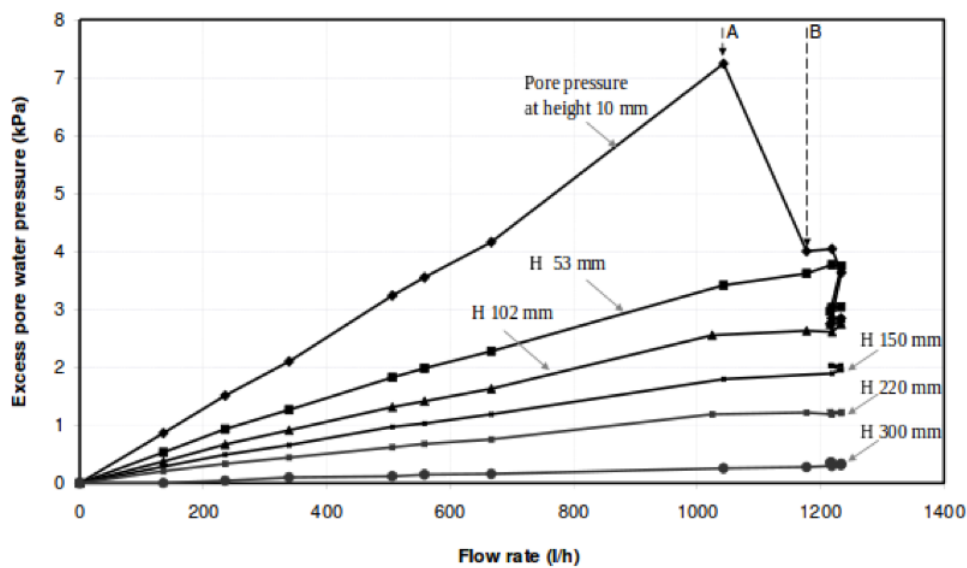


FIGURE 3.13 – Evolution du profil de pression à différentes hauteurs du lit en fonction du débit d'injection. Figure extraite d'Alsaydalani et Clayton [16].

De plus, Cui et al. [14; 15] se sont également intéressés à la fluidisation localisée d'un milieu granulaire cohésif. Sous l'effet d'un fort gradient de pression, on observe un soulèvement global du matériau et, le long de chemins préférentiels, il est forcé de se fracturer. La Figure 3.14 l'illustre très bien.

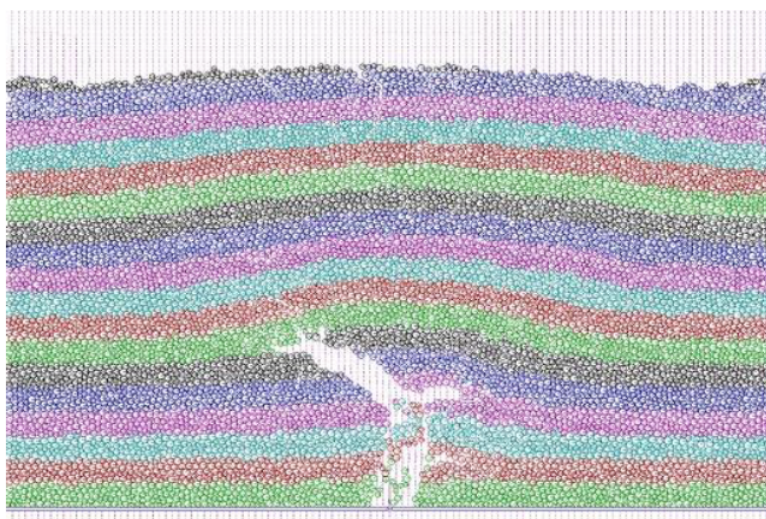


FIGURE 3.14 – Fluidisation localisée d’un milieu granulaire cohésif. Figure extraite de Cui et al. [14; 15].

3.2 Cadre de notre étude de la fluidisation localisée d’un matériau granulaire

Les différents travaux précurseurs sur la fluidisation localisée d’un sol granulaire qui viennent d’être présentés servent de fondements à l’analyse d’une telle situation dans le cadre de notre étude qui va maintenant être décrite. Nous aborderons d’abord le dispositif expérimental mis en œuvre pour nos expériences sur l’interaction entre deux cavités fluidisées en fonction de leur écartement : matériaux et protocole retenus, avec notamment la description des deux techniques optiques (iso-indice et fluorescence induite par plan laser). Le cadre de l’étude numérique sera ensuite détaillé en spécifiant les différentes conditions aux limites utilisées. Enfin, nous décrirons les méthodes développées pour le traitement des images et l’analyse des données numériques.

3.2.1 Étude expérimentale

3.2.1.1 Grains et fluides

Le choix du fluide et des particules est guidé par un ensemble de critères dans le but ultime de parvenir à visualiser les évolutions de la structure interne du milieu granulaire sans avoir recours à une géométrie quasi-bidimensionnelle. Car un milieu granulaire confiné dans une cellule s’appuie et frotte sur les parois de celle-ci pour s’opposer aux forces qu’il subit. Il en résulte un couplage entre propriétés mécaniques du matériau et propriétés de surface de la cellule. Ce couplage modifie le comportement vis à vis du cas tridimensionnel, principalement du fait du frottement aux parois. Le premier critère recherché concerne l’ajustement des indices optiques des deux phases, et le second les caractéristiques physiques.

Les matériaux granulaires peuvent prendre bien des formes et des caractéristiques tels que la rugosité, la sphéricité ou l’angularité. Par souci de simplification, les particules uti-

lisées dans nos expériences sont des billes sphériques en verre borosilicate, monodisperses et transparentes, produites par Silibeads (Sigmund Lindner). Elles sont définies par leur densité $\rho_p = 2230 \text{ kg.m}^{-3}$, leur diamètre moyen d et leur indice optique $n \approx 1.473$. Nous avons utilisé dans nos expériences des billes de 3 mm de diamètre.

Afin d'obtenir un milieu iso-indice constitué de billes en verre borosilicate immergées dans un liquide visqueux de même indice optique, nous avons utilisé un mélange de deux huiles minérales dans les proportions respectives de 90 % de Mineral Oil fourni par Sigma-Aldrich, d'indice de réfraction $n = 1.467$ et de 10 % d'Immersion Oil - Type A de Cargille d'indice $n = 1.515$. Pour mesurer la viscosité du mélange, nous avons utilisé un viscosimètre à bille de la marque Gilmont Instruments. Le mélange a une densité $\rho_m = 850 \text{ kg.m}^{-3}$ et une viscosité $\eta_m = 18.3 \cdot 10^{-3} \text{ Pa.s}^{-1}$, dix-huit fois plus grande que celle de l'eau. L'indice optique $n = 1.473$ a été mesuré avec un réfractomètre manuel de la marque ATAGO.

Le milieu iso-indice constitué de billes de verres transparentes immergées dans un liquide visqueux de même indice de réfraction permet ainsi la mise en œuvre des techniques optiques afin de visualiser les mouvements des grains à l'intérieur du milieu granulaire. La Figure 3.15 illustre très bien la différence entre un milieu fixe de billes de verres transparentes immergées dans un liquide de même indice optique, en partie basse de la cellule, et dans de l'air en partie haute.

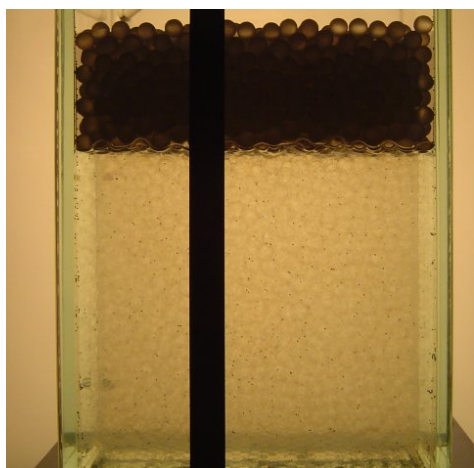


FIGURE 3.15 – Milieu iso-indice translucide : Billes en verre borosilicate + Mélange d'huiles minérales en partie basse de la cellule.

3.2.1.2 Dispositif expérimental

Le but de ce dispositif expérimental est d'étudier la déstabilisation par fluidisation localisée d'un matériau granulaire dense immergé. Cette configuration consiste à forcer l'existence d'une frontière entre un milieu granulaire statique et des grains fluidisés en

limitant pour cela la taille de la zone d'injection au regard des dimensions du milieu granulaire. Le liquide est injecté à débit constant à la base de la couche granulaire.

Le dispositif expérimental est présenté sur la Figure 3.16. Il est constitué d'une cellule parallélépipédique de section $360 \times 100 \times 200$ mm en Plexiglas aux parois transparentes et indéformables. La cellule est munie de neuf ouvertures circulaires de 12 mm de diamètre, situées à la base de la couche granulaire et dont l'espacement est de 30 mm. Le fluide circule en boucle fermée par l'intermédiaire d'une pompe à engrenages de marque VERDER VG540-05, qui permet de générer un écoulement à débit constant dans la cellule. La pompe est commandée en fréquence de rotation grâce à un variateur (Digidrive 0.55 KW - Leroy Somer). L'arrêt et le démarrage suivent chacun des rampes qui peuvent être différentes l'une de l'autre. Le débit maximal autorisé est de l'ordre de $210 \text{ cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$, soit une fréquence maximale d'environ 60 Hz. Un système à débordement en sortie assure un niveau de liquide constant dans la cellule.

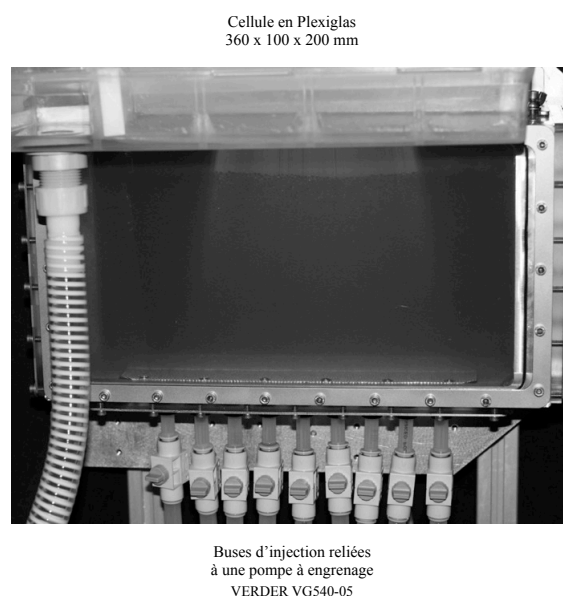


FIGURE 3.16 – Dispositif expérimental.

3.2.1.3 Techniques optiques

Pour visualiser les mouvements des grains à l'intérieur de la structure granulaire, nous avons opté pour la technique de fluorescence induite par laser (PLIF - Planar Laser Induced Fluorescence). Cette technique consiste à dissoudre dans la phase liquide du milieu iso-indice des particules fluorescentes de très petite taille. Cette poudre est vendue par SIGMA ALDRICH sous le nom de Nile Red. L'ensemble est éclairé par un module laser vert de marque Laser Coherent de Classe 3B, de longueur d'onde 532 nm et d'une puissance maximale de 100 mW possédant une lentille convexe de 60° d'ouverture, permettant de créer une nappe laser verticale centrée sur la ou les zones d'injection. Dans le plan délimité par la nappe laser, les particules fluorescentes dissoutes dans le mélange d'huiles s'illuminent et réémettent à une longueur d'onde supérieure. Les expériences sont

filmées par une caméra rapide (FastCam Photron SA3, résolution 1024×1024 pixels, fréquence maximale d'acquisition 2000 images par seconde en pleine résolution), fixée à un trépied réglable et placée devant la cellule, perpendiculairement au plan de la nappe laser. Elle est équipée d'un objectif (Nikkor AF-S 50 mm f/1.4G) de marque Nikon. Un filtre optique passe haut à 590 nm est placé devant l'objectif, afin de ne conserver que les réémissions par fluorescence provenant exclusivement de la phase liquide comme cela est présenté sur la Figure 3.17. Pour plus de détails sur la mise en œuvre de cette technique tomographique, on pourra consulter l'article de revue de Dijkstra et al. [203]. Les images issues de la caméra servent alors à calculer à la fois la hauteur de l'empilement, et la cinétique de croissance de l'instabilité hydro-mécanique générée par la fluidisation localisée de la couche granulaire située au dessus de la zone d'injection par traitement d'image sur ImageJ comme cela sera discuté plus loin au paragraphe 3.3.

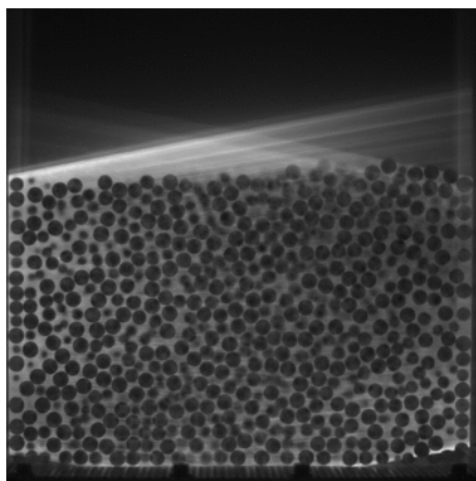


FIGURE 3.17 – Technique tomographique PLIF.

3.2.1.4 Procédure expérimentale

Toutes les expériences de l'étude de la déstabilisation par fluidisation localisée d'une couche granulaire se sont déroulées suivant le même protocole. La première étape consiste à établir un écoulement à bas débit afin de remplir la cellule de liquide. Pour cela, il suffit de mettre la pompe en marche avec une fréquence de rotation faible de l'ordre de 10 Hz. Ensuite, on introduit dans la cellule une masse M de billes monotailles en fonction de la hauteur d'empilement H_0 souhaitée. Les particules sont initialement déposées de manière aléatoire dans la longueur de la cellule. Pour obtenir un lit plat, un écoulement à haut débit est établi pour générer une fluidisation homogène de l'empilement. L'écoulement est coupé après quelques instants (de l'ordre de la minute), pour laisser les particules finir de sédimenter. Une fois les particules sédimentées, l'état de départ est obtenu. La sédimentation permet d'obtenir un lit globalement plat et nous supposons dans la suite

que l'empilement est initialement plat et qu'il est défini par la hauteur initiale mesurée dans la zone de mesure délimitée par la nappe laser. On a ainsi un échantillon de départ bien reproductible. Pour débiter l'expérience, on impose le débit constant souhaité en jouant sur la fréquence de rotation de la pompe. Pour étudier l'influence des paramètres expérimentaux tels que la hauteur initiale d'empilement de billes H_0 et l'écartement δ entre les deux sources d'injection locales, nous réalisons des expériences à différents débits pour chaque configuration. Une expérience s'achève lorsqu'un état stationnaire est atteint. Une expérience dure en moyenne moins de deux minutes, mais certaines expériences peuvent durer plus de quatre minutes.

3.2.2 Etude numérique

Afin d'étudier plus finement les mécanismes physiques prépondérants mis en jeu lors de la déstabilisation par fluidisation localisée d'un empilement granulaire non cohésif, un modèle a été développé à l'aide d'une simulation numérique par la méthode des éléments discrets (DEM) pour décrire le comportement mécanique de l'empilement de grains et d'un modèle continu, basé sur la méthode Lattice Boltzmann (LBM), permettant de résoudre les équations de la dynamique des fluides en géométrie confinée, plus précisément dans l'espace poreux entre les grains. Nous allons dans cette partie décrire la configuration géométrique et les conditions aux limites utilisées pour pouvoir simuler proprement la situation de fluidisation localisée d'un sol granulaire. Dans ce travail, nous avons développé un modèle bidimensionnel basé sur le couplage de ces deux méthodes particulières. Malgré leur caractère simpliste, les simulations bidimensionnelles permettent de rendre compte des comportements granulaires réalistes. Bien que les états de compacité en 2D tels que l'état dense de Random Close Packing ou l'état critique ne soient pas les mêmes qu'en 3D, le comportement des milieux granulaires 2D est qualitativement proche de celui en 3D.

La configuration étudiée et les conditions aux limites choisies pour les simulations numériques réalisées sont présentées sur la Figure 3.18. Le choix des conditions aux limites est primordial pour une simulation réaliste, permettant de reproduire les mécanismes physiques mis en jeu. Sur les parois latérales et sur les parois horizontales à l'intérieur du domaine fluide, une condition de non-glissement de type Bounce Back est imposée. Une condition aux limites périodique est imposée sur les parois supérieure et inférieure, afin de simuler un système de hauteur considéré comme quasi-infini. Au niveau de la buse d'injection, une condition de type Neumann est imposée avec un flux constant maintenu au cours de chaque simulation.

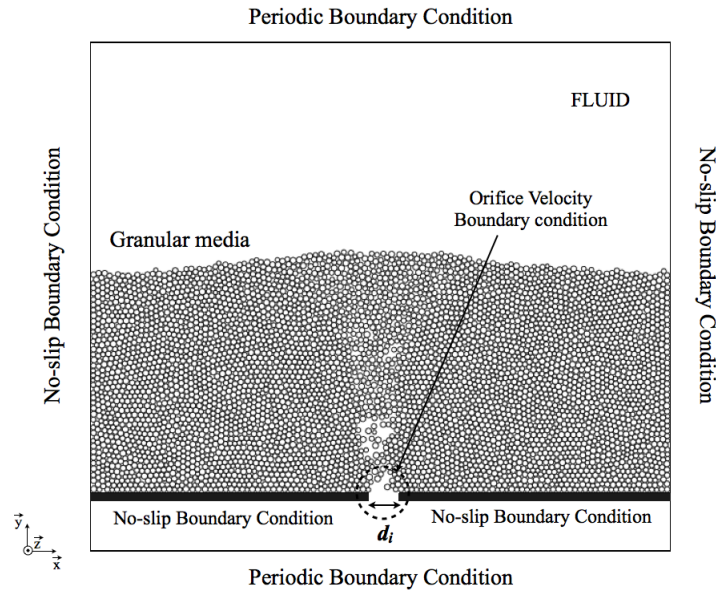


FIGURE 3.18 – Configuration étudiée et conditions aux limites utilisées pour la simulation numérique de la fluidisation localisée d'un empilement granulaire.

Pour des raisons topologiques, l'espace poral d'un empilement granulaire dense 2D est occlus. Par conséquent, le fluide ne peut circuler dans les espaces interstitiels entre les particules (Fig. 3.19).

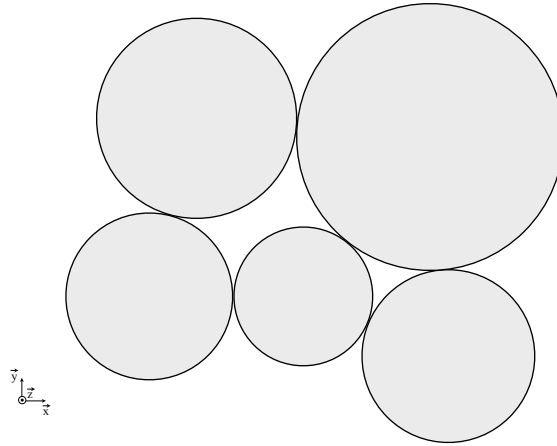


FIGURE 3.19 – Empilement granulaire compact 2D.

En 2D, pour une simulation numérique réaliste, il est nécessaire de laisser un interstice au niveau des contacts entre les particules de manière à permettre au fluide de s'écouler. Pour cela, on réduira de la même proportion le diamètre réel de chaque particule pour le compte de la méthode LBM. Cette réduction de la taille des particules pour un écoulement entre les particules a été étudiée en détails par Boutt et al. [204] et utilisé par Cui et al. [14; 15], Jun [197], Feng et al. [69; 70]. Le facteur de réduction de la taille de chaque grain

est fixé de tel sorte que la force de trainée exercée sur une sphère de rayon R , soit la même que celle exercée sur un cylindre de rayon R_h appelé "*Rayon Hydraulique*", légèrement inférieur à celui de la sphère, soit environ une réduction de 20 % [14; 15; 69; 70; 204]. C'est cette valeur que nous utiliserons dans nos simulations :

$$\frac{R_h}{R} \approx 0.8 \quad (3.14)$$

Un schéma de la prise en compte d'un fluide interstitiel entre les particules est présenté sur la Figure 3.20. Le choix de l'épaisseur de cette couche fluide a des conséquences sur la perméabilité du milieu et peut être difficile à fixer en fonction du problème étudié, notamment lorsque l'on a en vue de faire varier la compacité de départ de l'empilement granulaire. Pour le compte de la méthode DEM, le calcul des forces de contact se fera avec la taille réelle des particules.

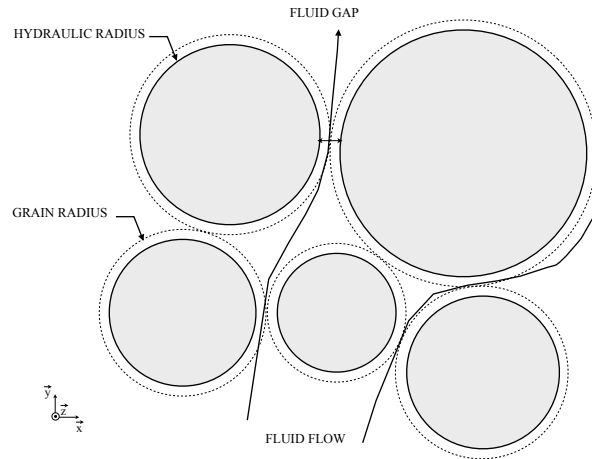


FIGURE 3.20 – Empilement granulaire compact 2D avec prise en compte d'un fluide interstitiel entre les particules.

L'évolution de la perméabilité d'un empilement granulaire compact 2D en fonction du facteur de réduction de la taille réelle des particules est présenté sur la Figure 3.21. On note que la perméabilité décroît lorsque R_h devient important. Cette même étude a été réalisée par Kumar et al. [205]. De plus, une étude numérique de l'influence de la taille de la couche fluide autour d'une particule circulaire sur les forces de lubrification a été réalisée par Mutabaruka [206; 175]. Cette étude a montré qu'un unique nœud fluide dans la zone interstitielle est suffisant pour pouvoir modéliser proprement l'écoulement fluide dans cette géométrie confinée.

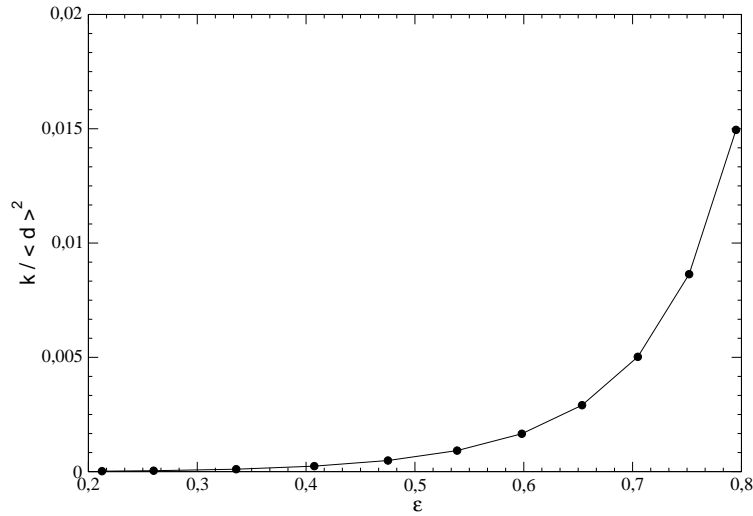


FIGURE 3.21 – Evolution de la perméabilité en fonction de la porosité pour un empilement compact 2D avec prise en compte d’une couche fluide autour des grains.

3.3 Traitement d’image

Dans cette section, nous allons décrire le traitement d’image mis en œuvre dans le cadre de cette étude. Ce traitement a été réalisé avec le logiciel libre *ImageJ* développé par le National Institute of Health. Ce logiciel de traitement et d’analyse permet d’effectuer des mesures physiques à partir d’images ou de vidéos. Sans chercher à décrire toutes les possibilités que nous offre cet outil, nous présentons ici les différentes étapes du traitement d’image effectué afin notamment de pouvoir mesurer :

- la hauteur de la zone fluidisée H_f
- la hauteur totale au niveau de la zone d’injection H_t ($H_f > H_0$)
- la durée t_0 du régime transitoire de fluidisation

Une analyse approfondie des résultats de mesures obtenues sera effectuée plus loin dans le chapitre 4. Les techniques de mesures développées en terme de traitement d’images pour l’exploitation des données sous formes de films de la déstabilisation d’un empilement granulaire immergé par un écoulement interne extraites de la simulation numérique sont aussi valables pour les données expérimentales.

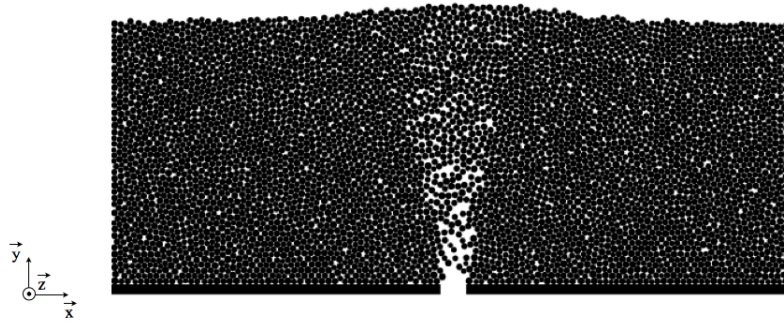


FIGURE 3.22 – Exemple d'image obtenu par simulation numérique de la déstabilisation d'un milieu granulaire immergé par un écoulement interne.

L'estimation de la hauteur se fait à partir d'images issues de la simulation numérique (voir Fig. 3.22). Il suffit pour cela d'extraire une vignette de forme rectangulaire de longueur supérieure à la hauteur de l'empilement initiale, parcourue par la région d'intérêt et de la représenter au cours du temps. On se limitera à la taille de d'injection pour obtenir un profil moyen sur les lignes verticales. En superposant ainsi ces lignes au cours du temps, on obtient un diagramme spatio-temporel de l'évolution de la hauteur de la couche granulaire. On peut ensuite accéder aux propriétés recherchées de taille, de surface, forme de l'interface, etc. L'ensemble de ces étapes est représenté sur la Figure 3.23.

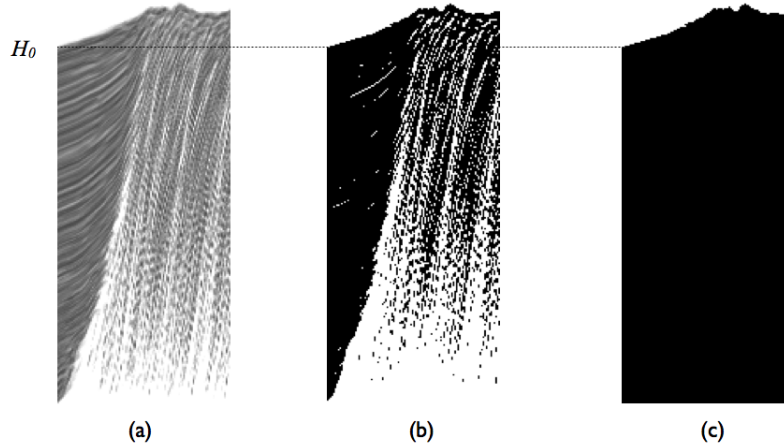


FIGURE 3.23 – Étapes du traitement d'image pour l'évaluation de la hauteur totale H_t au niveau de la zone d'injection : (a) diagramme spatio-temporel, (b) seuillage, (c) remplissage de tout le domaine.

Comme on peut le voir sur la Figure 3.23, il n'y a presque pas de variation de niveaux de gris notable entre les différentes zones d'intérêts recherchées, il n'est donc pas possible d'identifier et séparer de façon automatique et acceptable la zone fluidisée caractérisée par une faible densité de particules solides en mouvement vis à vis du reste de l'empilement. Dans ce cas, après seuillage, nous avons utilisés un ajustement manuel de ce profil. On obtient ainsi directement $H_f(t)$, et le temps caractéristique t_0 pour lequel la hauteur de la

zone fluidisée H_f a atteint le sommet de l'empilement c'est-à-dire lorsque $t_0 = t(H_f = H_0)$.

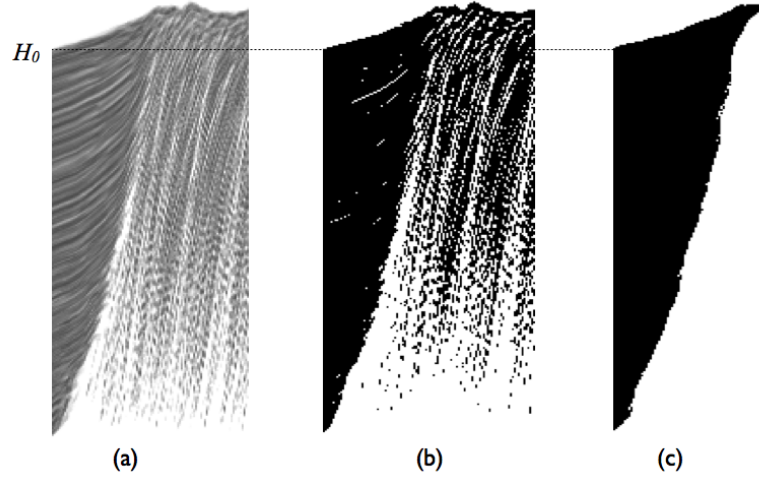


FIGURE 3.24 – Étapes du traitement d'image pour l'évaluation de la hauteur H_f de la zone fluidisée et du temps caractéristique t_0 du transitoire de fluidisation : (a) diagramme spatio-temporel, (b) seuillage, (c) ajustement manuel de la frontière et remplissage.

Bien que le traitement d'image reste un outil efficace et pertinent pour l'exploitation et l'analyse des données expérimentales et numériques, c'est également dans l'étape de post-traitement présentée dans la section suivante que ce font l'exploitation, l'interprétation, l'analyse et l'évaluation des informations extraites du calcul numérique couplé des méthodes particulières LBM et DEM sous la forme de valeurs numériques (fichiers de données générés aux formats `.dat`, `.vtk`, etc.) et graphiques.

3.4 Visualisation et post-traitement

L'outil privilégié pour l'exploitation, l'interprétation, l'analyse et l'évaluation des résultats de simulations numériques est le logiciel libre *Paraview*, vue notamment sa compatibilité et sa disponibilité sur toutes les plateformes (Windows, Mac OS, Linux, etc.). Ce logiciel de visualisation interactive et post-traitement permet de traiter efficacement de gros volumes de données scientifiques en 2D et 3D. Il utilise le visualization toolkit (VTK) comme moteur d'analyse, de visualisation et de rendu des données. VTK est une bibliothèque portable de visualisation de données scientifiques écrites en C/C++ et orientée objet. Elle permet de faire des traitements sur ces données en créant très simplement un pipeline graphique (succession de filtres agissant sur les données) de son choix.

Le code de calcul bidimensionnel réalisé se présente sous forme d'une librairie de fonctions et de petits utilitaires écrit en langage C et C++. Bien que leurs qualités soient comparables sur bien des points (rapidité des compilateurs, librairies standards), nous avons préféré le C/C++ au Fortran. Ce choix est essentiellement du au fait que la majorité des librairies graphiques sont écrites en C. Ainsi, plusieurs modules

d'entrée-sortie ont été réalisés de manière à faciliter les étapes de post-traitement. Ce code de calcul fournit des fichiers contenant les informations calculées au format **.vtk** pour les grains représentés sous forme de disques notamment, pour la partie granulaire, les chaînes de forces, le nombre de coordination, les positions et vitesses instantanées et, pour le fluide, le champ de vitesse et de pression. La Figure 3.25 illustre un exemple de visualisation 2D de l'écoulement du fluide au sein d'un empilement de grains.

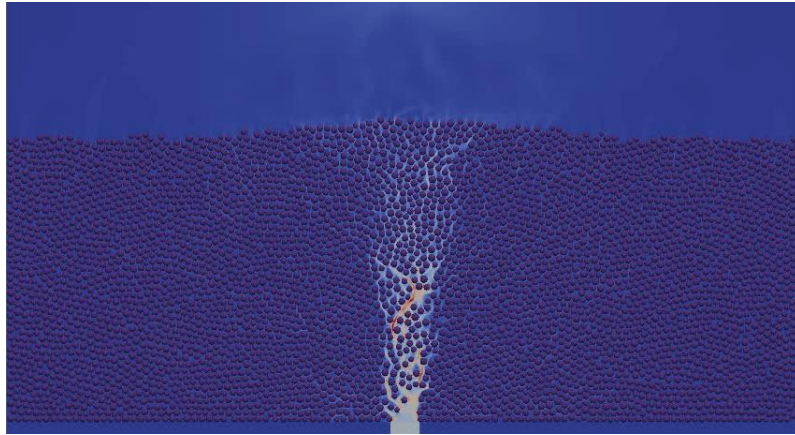


FIGURE 3.25 – Exemple de visualisation 2D sur *Paraview* de l'écoulement d'un fluide au sein d'un milieu granulaire avec une résolution spatiale LBM de 10 mailles par diamètre moyen des particules.

Le post-traitement consiste alors à présenter les données sous forme de graphes, d'images ou films de simulations. Des fonctions de post-traitement (en C/C++) ont été implémentées dans le but de récupérer des fichiers de données issus du code de calcul et de les sauvegarder sous différents formats. Les principales utilisations au cours de ce travail sont de fournir des relations entre la vitesse de l'écoulement et les déplacements des particules, des relations entre la pression des pores et la vitesse de l'écoulement au sein des échantillons granulaires numériques, et des films de la simulation contenant en particulier des images de la déstabilisation du milieu induite par un écoulement interne.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons décrit la méthodologie retenue pour l'étude de la déstabilisation par fluidisation localisée d'un sol granulaire dont l'objectif ultime est de mieux comprendre les mécanismes précurseurs de l'initiation du phénomène d'érosion régressive dans les ouvrages hydrauliques en remblai. Un bilan des travaux de recherches antérieurs sur la question a été dressé, parmi lesquels nous citerons principalement les travaux expérimentaux de Zoueshtiagh et Merlen [12], Philippe et Badiane [13], et numériques de Cui et al. [14; 15]. Ces travaux ont permis de mettre en exergue trois régimes : un régime statique qui s'apparente à un écoulement dans un milieu poreux fixe, un régime de cavité fluidisée caractérisé par une fluidisation partielle de la couche de grains au voisinage de la buse d'injection et enfin un régime de fluidisation locale de la matrice au-dessus de la buse d'injection créant ainsi une cheminée d'écoulement à travers toute l'épaisseur du lit. Comme montré notamment par Cui et al. [14; 15] et Philippe et Badiane [13], ce dernier régime est précédé d'une phase transitoire pendant laquelle une cavité stable ne cesse de croître tout en augmentant la taille de la zone fluidisée. Les résultats expérimentaux ont montré que le seuil de fluidisation et la hauteur initiale d'empilement granulaire sont corrélés par une relation de dépendance quasi-linéaire. Les expériences ont montré également la présence d'un effet d'hystérésis très marqué lorsque la cheminée, préalablement fluidisée sur toute l'épaisseur du lit, est lentement défluidisée par une diminution du débit d'injection. Toutefois, une interrogation subsiste au terme de cette étude sur la géométrie de la zone fluidisée. Zoueshtiagh et Merlen [12] ont observé une forme quasi-cylindrique de la zone fluidisée, tandis que Cui et al. [14; 15] ont montré que de celle-ci a une géométrie conique.

Le dispositif expérimental qui a été retenu dans cette étude est basé sur une combinaison de deux techniques optiques : la technique iso-indice et la fluorescence induite par laser. La technique iso-indice consiste à utiliser des billes de verre transparentes immergées dans un liquide de même indice de réfraction. Le milieu est ainsi rendu translucide et, après ajout d'un colorant fluorescent, l'illumination du système par une nappe laser permet, par apposition d'un filtre optique, de ne récupérer que la lumière réémise par fluorescence et provenant donc uniquement de la phase liquide. Le liquide utilisé dans nos expériences est composé d'un mélange de deux huiles minérales. Pour le volet numérique de ce travail, nous avons développé un modèle bidimensionnel couplant la méthode des éléments discrets (DEM), pour la modélisation du comportement mécanique du sol granulaire constitué de particules représentée sous forme de disque, et la méthode Lattice Boltzmann pour modéliser la dynamique du fluide. Enfin, pour l'exploitation des données expérimentales et numériques, nous avons mis en œuvre avec *ImageJ* des techniques des mesures et d'analyses appropriées pour chaque configuration considérée. Un post-traitement des données extraites de la simulation numérique a également été réalisé via le logiciel de visualisation et d'analyse *Paraview*.

Le cadre méthodologique ainsi posé, les résultats expérimentaux et numériques obtenus dans le cadre de l'étude de la déstabilisation d'un milieu granulaire immergé par fluidisation peuvent désormais être exposés en détail dans le chapitre qui va suivre.

Troisième partie

Déstabilisation d'un empilement granulaire immergé par fluidisation

Chapitre 4

Fluidisation d'un empilement granulaire immergé : Etude numérique et expérimentale

Introduction

Dans ce chapitre, nous aborderons la situation où les contraintes exercées par un liquide en écoulement à travers un milieu granulaire immergé est suffisant, à lui seul, pour mettre en mouvement certains grains et fluidiser toute une partie de l'empilement. Il y a alors une réorganisation interne de la structure granulaire qui est susceptible non seulement de rétroagir sur l'écoulement interstitiel en ouvrant par exemple des chemins préférentiels de moindre résistance hydraulique mais aussi de modifier son comportement dynamique. En effet, les mouvements du liquide et des particules solides sont interdépendants. Chaque déplacement des particules résulte des variations locales de la vitesse du liquide qui sont, elles mêmes, liées à la circulation des solides. L'archétype de ce type d'instabilité hydromécanique est très naturellement la fluidisation. L'objectif ici est d'analyser le développement spatio-temporel et l'état stationnaire finalement atteint par une couche de grains fluidisés localement, ou uniformément, par un écoulement liquide à vitesse constante imposée à la base de la couche granulaire à travers une section de taille variable, jusqu'au cas particulier de la fluidisation homogène. Nous présentons dans ce chapitre, les résultats d'une comparaison entre expérience et simulation numérique de cette fluidisation localisée. Les méthodes numériques utilisées, le dispositif expérimental ainsi que le protocole suivi pour l'exploitations des données été présentés en détail aux chapitres 2 et 3 précédents. En premier lieu, nous étudions les régimes stationnaires puis la phase transitoire de fluidisation localisée. Nous étudions l'influence de plusieurs paramètres sur l'évolution de la vitesse critique U_c au seuil de fluidisation tel que la hauteur initiale de l'empilement, la taille de la buse d'injection et la viscosité du fluide. Le cas limite du régime transitoire de fluidisation en condition uniforme, non localisée, est également analysé. Enfin, nous finirons par l'étude du régime transitoire d'interaction entre deux cavités fluidisés en fonction de leur écartement imposé entre deux buses d'injection de petites tailles au regard des dimensions du milieu granulaire.

4.1 Etats stationnaires

L'étude numérique de la déstabilisation d'un empilement granulaire immergé par fluidisation localisée a été menée en utilisant la Méthode des Éléments Discrets (DEM) pour décrire le comportement mécanique d'une assemblée de particules et la Méthode Lattice Boltzmann (LBM) pour rendre compte de l'hydrodynamique du fluide interstitiel. Dans le cadre de ce travail on se limitera au cas 2D.

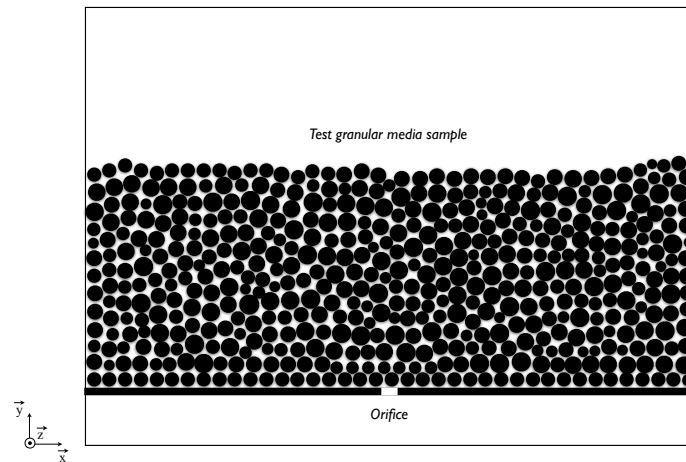


FIGURE 4.1 – Schéma de la configuration utilisée dans le cadre de l'étude numérique 2D.

Les échantillons granulaires utilisés pour les simulations sont constitués d'empilements de grains sous forme de disques, dans une boîte rectangulaire de dimensions variables (voir Figure 4.1). En laissant sédimenter les particules, on obtient des empilements stables sous gravité. Pour des besoins de simulations, plusieurs échantillons granulaires ont été préparés avec différentes hauteurs initiales d'empilement H_0 mais avec une fraction volumique de départ qui reste quasi-inchangée : $\phi_0 = 0.82 \pm 0.02$. Les caractéristiques de ces échantillons sont présentées dans le Tableau 4.1. Le nombre de grains dans les simulations est beaucoup plus faible que dans les expériences, en raison des limitations de puissance de calcul.

Le diamètre des grains varie entre $d_{min} = 1.6$ mm et $d_{max} = 1.5 d_{min}$ suivant une distribution granulométrique uniforme. La taille moyenne des particules est ainsi de $d = 2.0$ mm. Les échantillons granulaires utilisés ont tous la même largeur $L = 221.55$ mm. Le diamètre d'injection du fluide d_i , à la base de l'empilement granulaire est de 8.0 mm. Une étude spécifique de son influence sur l'évolution de la vitesse critique U_c au seuil de fluidisation sera présentée à la section 4.3. Le cas limite pour lequel la taille de l'injection est du même ordre de grandeur que la largeur de l'empilement $d_i/L = 1$ sera également abordé dans cette même section.

Dans un premier temps, nous avons travaillé avec l'échantillon granulaire SPL10

($H_0 = 85.8mm$) et un diamètre d'injection $d_i = 8.0 mm$ afin d'analyser le comportement général et les régimes stationnaires observés par fluidisation localisée. Les paramètres de simulation utilisés sont présentés dans le Tableau 4.2. Au niveau de l'orifice, on impose une vitesse d'injection U , laquelle est maintenue constante au cours de chaque simulation. En fonction de la valeur de la vitesse U , trois régimes ont pu être mis en évidence : un régime poreux, un régime de cavité fluidisée et un régime de fluidisation locale de toute la couche de grains au dessus de l'injection.

Échantillon	Nombre de grains	H_0 (mm)	ϕ_0
SPL01	504	8.0	0.79
SPL02	1022	17.2	0.81
SPL03	1539	26.3	0.81
SPL04	2068	36.9	0.80
SPL05	2578	45.4	0.81
SPL06	3096	53.8	0.82
SPL07	3606	62.7	0.82
SPL08	4126	72.2	0.82
SPL09	4644	79.9	0.83
SPL10	5000	85.8	0.83

TABLE 4.1 – Caractéristiques des échantillons granulaires numériques.

4.1.1 Description

Lorsqu'on augmente par paliers réguliers la vitesse d'injection U , on constate que le système passe successivement par trois états stationnaires différents. Le régime statique (i) pour des faibles valeurs de U où aucune déformation de l'empilement granulaire n'est observée. Le milieu reste immobile pendant toute la séquence d'injection à l'exception d'une très faible expansion d'ensemble aux tous premiers instants de l'injection. L'empilement est alors assimilé à un milieu poreux fixe. Le régime de cavité fluidisée (ii) pour lequel on observe une excroissance de l'empilement en surface, dans la zone située au dessus de la buse l'injection. Une zone de fluidisation se développe alors au-dessus de l'injection et forme une cavité remplie de grains fluidisés animés d'un mouvement turbulent de convection, contrairement à la partie supérieure de l'empilement qui, elle, reste statique ou quasi-statique. Enfin le régime de cheminée fluidisée (iii) pour lequel, à des vitesses importantes, on observe une fluidisation locale dans toute l'épaisseur de l'empilement (cheminée de grains fluidisés) au dessus de la zone d'injection. L'on observe également une alimentation continue de la zone fluidisée en grains assurée par des avalanches au sein des zones latérales voisines de la cheminée. La Figure 4.2 montrent les trois régimes stationnaires observés.

Paramètres	Valeurs
Diamètres des grains	$1.6 - 2.4 \cdot 10^{-3}$
Densité du solide (kg/m^3)	2500
Pas de temps DEM (s)	$1.41 \cdot 10^{-5}$
Raideurs au contact (N/m)	10^5
Coefficient de friction	0.3
Coefficient de restitution	0.2
Densité du fluide (kg/m^3)	1000
viscosité cinématique (m^2/s)	$2.0 \cdot 10^{-6}$
Pas d'espace (m)	$1.60 \cdot 10^{-4}$
Pas de temps LBM (s)	$1.60 \cdot 10^{-5}$
Rayon hydraulique R_h	0.8
Vitesse réseau LBM (m/s)	10
Domaine fluide $L \times H$	1385×801
Resolution spatiale	10
Pas de temps simulation (s)	$8.0 \cdot 10^{-6}$
Cycles de calcul DEM	2
Gravité (m/s^2)	9.81
Durée de la simulation (s)	10

TABLE 4.2 – Paramètres de simulation DEM-LBM utilisés pour l'étude de la fluidisation localisée d'une couche granulaire immergée.

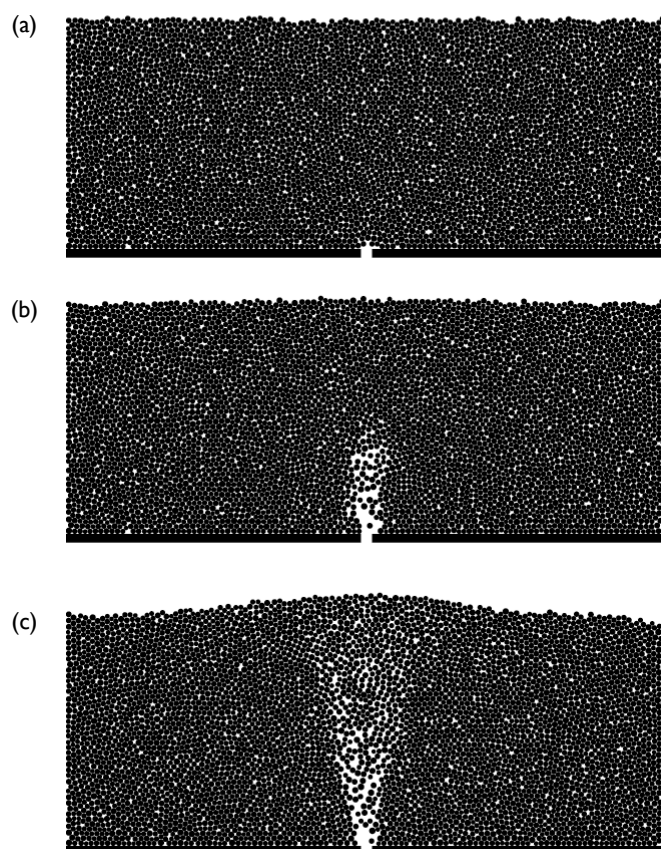


FIGURE 4.2 – Illustration des trois régimes stationnaires observés pour un empilement de hauteur initiale $H_0 = 85.8 \text{ mm}$ avec un diamètre d'injection $d_i = 8.0 \text{ mm}$ obtenue par simulation numérique : (a) Empilement statique ($U = 0.29 \text{ m.s}^{-1}$); (b) Régime de cavité fluidisée ($U = 0.40 \text{ m.s}^{-1}$); (c) Régime de cheminée fluidisée ($U = 0.60 \text{ m.s}^{-1}$).

4.2 Analyse du régime transitoire de fluidisation localisée

4.2.1 Quantification du régime transitoire

Les techniques de mesures développées en termes de traitement d'images pour l'exploitation des données à partir de séquences d'images issues de la simulation numérique avec ImageJ sont détaillées au chapitre 3. L'analyse de ces données s'appuie sur le tracé d'un diagramme spatio-temporel du type que celui présenté à la Figure 4.3.

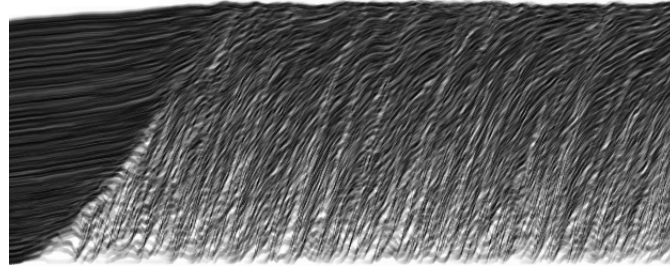


FIGURE 4.3 – Exemple de diagramme spatio-temporel issu des simulations numériques.

In fine, on obtient la variation au cours du temps de la hauteur de la cavité fluidisée, $H_f(t)$, et de la hauteur totale de la couche granulaire située au niveau de la zone d'injection, $H(t)$. Ainsi donc, on distingue deux cas possibles : (i) la cavité se stabilise à une certaine hauteur H_f^∞ et l'on est dans le régime de cavité fluidisée ; (ii) H_f augmente jusqu'à atteindre, plus ou moins rapidement, la hauteur totale H_t et c'est le régime de cheminée fluidisée. Ces deux situations sont illustrées sur la Figure 4.4.

En évaluant des grandeurs caractéristiques pour le temps et le taux d'expansion, il serait possible de quantifier les différents régimes observés. Dans le régime de cavité fluidisée, l'on verra très vite dans la section 4.2.2 comment définir ce temps caractéristique tandis que, dans le régime de cheminée, il est directement donné par le temps t_0 au bout duquel la hauteur de la zone de grains fluidisée atteint la valeur de la hauteur initiale d'empilement : $H_f(t_0) = H_0$. Le taux d'expansion de référence est ensuite déduit simplement par le rapport de la hauteur finale, H_f^∞ dans le cas (i) ou H_0 dans le cas (ii) selon le cas, sur le temps caractéristique.

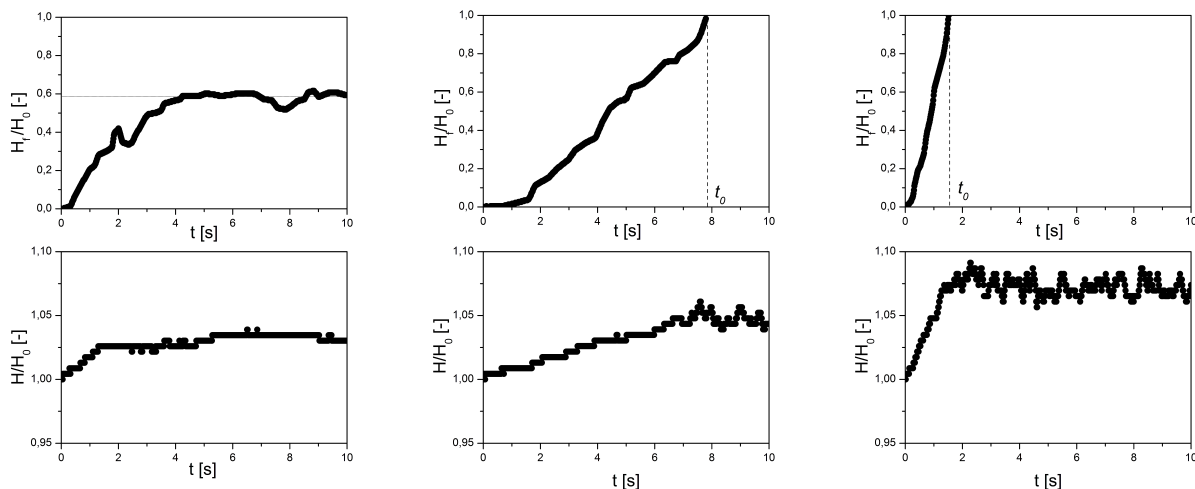


FIGURE 4.4 – Evolution temporelle de la hauteur fluidisée adimensionnée par la hauteur initiale $H_f(t)/H_0$ (en haut) et de la hauteur totale adimensionnée par la hauteur initiale $H(t)/H_0$ (en bas) dans le régime de cavité fluidisée (a) et dans le régime de cheminée avec des cinétiques plus ou moins rapides (b et c).

4.2.2 Étude du régime de cavité fluidisée

Les résultats de simulations numériques ont montré que, pour une hauteur d'empilement initiale donnée, le régime de cavité fluidisée correspond à une gamme restreinte de valeurs de vitesse. Cette gamme est d'autant plus réduite que la viscosité du fluide simulé est augmentée. Par exemple, pour une viscosité du fluide de $\nu_f = 5.0 \cdot 10^{-5} m^2.s^{-1}$, nous n'avons pas pu observer de régime de cavité fluidisée alors que celui-ci était visible pour $\nu_f = 2.0 \cdot 10^{-6} m^2.s^{-1}$. Ce régime est ainsi très restreint pour la plus grande partie des simulations réalisées. Par ailleurs, pour des raisons de durées de calculs, la plupart des simulations numériques sont limitées à un temps physique de 10 s temps au bout duquel il n'est pas toujours évident de statuer si une cavité a atteint un état stationnaire ou si elle est encore en phase d'expansion. Pour ces différentes raisons, l'analyse de ce régime sera très brève et restera principalement qualitative.

L'étude du régime de cavité fluidisée se concentre donc sur la gamme de vitesse pour laquelle l'expansion de la cheminée se stabilise à une hauteur H_f^∞ au bout d'un temps caractéristique τ . Comme on peut le constater sur la Figure 4.4 (a), l'expansion ne se fait pas de façon très régulière et un ajustement empirique, par exemple par une loi exponentielle, n'est pas toujours de très bonne qualité. Cependant, on peut toujours faire une estimation plus ou moins précise de la hauteur finale H_f^∞ et mesurer ensuite un temps caractéristique $\tau_{50\%}$ ou $\tau_{90\%}$ au bout duquel la cavité fluidisée a atteint 50% ou 90% de sa hauteur finale. Un exemple de valeurs obtenues pour ces trois grandeurs caractéristiques avec une viscosité faible ($\nu_f = 2.0 \cdot 10^{-6} m^2.s^{-1}$) est illustré à la Figure 4.5.

Sur l'exemple proposé dans la Figure 4.5, il y a approximativement une relation linéaire entre la hauteur de la cavité stabilisée H_f^∞ et la vitesse du fluide U qui permet de définir, par interpolation une vitesse minimale U_{cav} à partir de laquelle il y a apparition d'une cavité. Les temps caractéristiques ne varient pas nécessairement de façon monotone avec la vitesse U mais cela est un peu plus vrai pour les taux d'expansion associés $V_{50\%} = H_f^\infty/\tau_{50\%}$ et $V_{90\%} = H_f^\infty/\tau_{90\%}$.

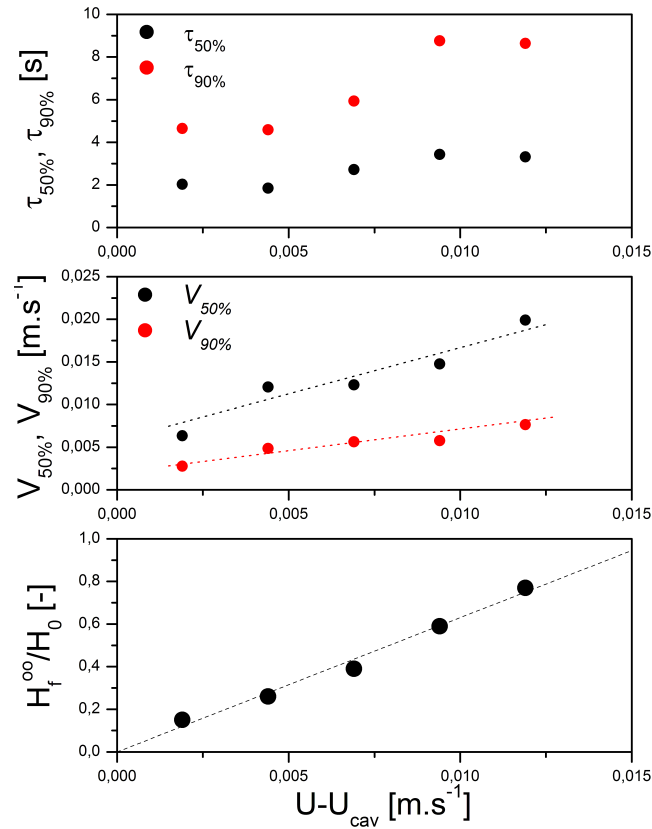


FIGURE 4.5 – Mesures (série 11) dans le régime de cavité fluidisée des grandeurs caractéristiques H_f^∞ , $\tau_{50\%}$ et $\tau_{90\%}$, et des taux d'expansion caractéristiques $V_{50\%} = H_f^\infty/\tau_{50\%}$ et $V_{90\%} = H_f^\infty/\tau_{90\%}$ en fonction de la vitesse d'injection U .

4.2.3 Étude du régime de cheminée fluidisée

Comme on l'a vu sur les diagrammes spatio-temporels de la Figure 4.4, le régime stationnaire de cheminée est précédé d'un régime transitoire au cours duquel la cavité fluidisée est en phase d'expansion, se développant du bas vers le haut au sein de l'empilement. Pour quantifier ce régime, des mesures systématiques de la durée de la phase d'expansion ont été réalisées à travers le temps caractéristique t_0 au bout duquel la hauteur fluidisée H_f atteint la valeur de la hauteur d'empilement initiale H_0 . Comme on peut

le voir sur l'exemple de la Figure 4.6, cette grandeur diverge lorsque la vitesse U tend vers un seuil critique U_c par valeurs supérieures [13]. Cette divergence est compatible avec une loi de puissance de la forme :

$$t_0(U) = T_0 \left(\frac{U}{U_c} - 1 \right)^{-\alpha} \quad (4.1)$$

où $T_0 = t_0(U = 2U_c)$.

Une étude paramétrique du régime de cheminée fluidisée a été menée. Le Tableau 4.3 présente les valeurs utilisées dans les simulations numériques pour chacune des séries de données. Ces séries ont été obtenues pour autant de jeu de paramètres physiques : ρ_g , g , d et ν_f . La densité du fluide ρ_f est maintenue égale à 1000 kg.m^{-3} .

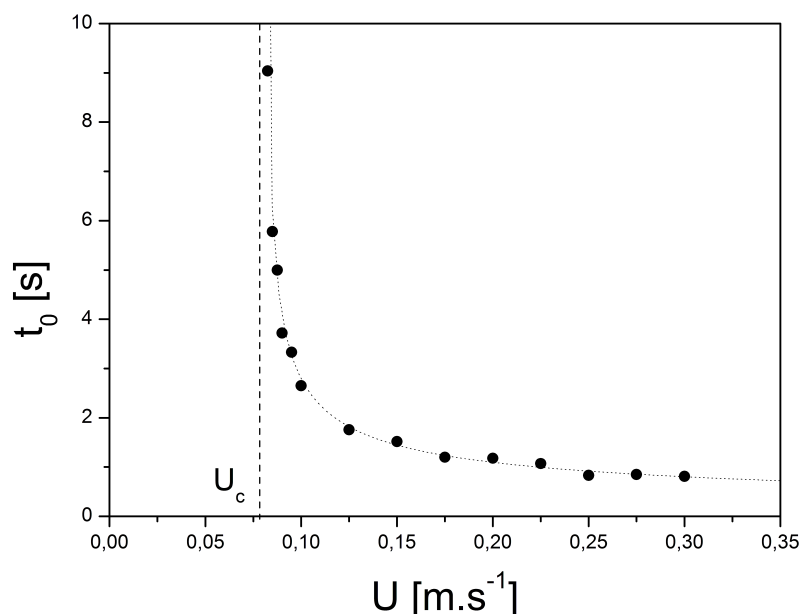


FIGURE 4.6 – Durée de la phase d'expansion t_0 en fonction de la vitesse d'injection U . Il y a divergence lorsque U tend vers une valeur seuil U_c . La courbe en pointillé est un ajustement en loi de puissance de la courbe $t_0(U) = T_0 (U/U_c - 1)^{-\alpha}$ avec ici $U_c = 0.077 \text{ m.s}^{-1}$, $T_0 = 1.40 \text{ s}$ et $\alpha = 0.6$.

Pour chacune de ces séries, une mesure plus directe des valeurs du temps d'expansion du régime transitoire t_0 est obtenue pour différentes vitesses d'injection U . On s'appuie alors sur les graphes $t_0 = f(U)$ pour estimer la vitesse critique U_c par ajustement d'une loi de puissance de même type que celle donnée par l'équation 4.1. Le problème est alors dans la façon de faire cet ajustement. Si les trois paramètres de la loi (Eq. 4.1) sont laissés libres, il peut y avoir parfois des difficultés à converger. Mis à part ces quelques cas délicats, on obtient en pratique des valeurs de l'exposant α comprises entre 0.5 et 0.7 mais avec des incertitudes assez fortes. Une solution pour améliorer la qualité de l'ajustement par une loi de puissance a consisté à imposer la valeur de

α . Quelques essais ont montré que les deux valeurs particulières $\alpha = 1/2$ et $\alpha = 3/5$ sont bien compatibles avec les jeux de données. Par ailleurs, l'ajustement peut se faire directement sur le temps t_0 par l'intermédiaire de la loi de puissance mais aussi, de façon a priori plus stable, par la régression linéaire de $t_0^{-1/\alpha}$ avec la vitesse d'injection U . Cependant, cet ajustement linéaire a le désavantage de donner un poids important aux valeurs obtenues loin du seuil (et donc avec une erreur relative plus élevée) au détriment de celles proches du seuil. Chacun de ces ajustements fournit une valeur de la vitesse critique U_c et du temps caractéristique T_0 . Dans la suite, nous présenterons les résultats obtenues par ajustement en loi de puissance en imposant un exposant égal à $3/5$.

série	$\nu_f \text{ (m}^2\text{.s}^{-1}\text{)}$	$\rho_g \text{ (kg.m}^{-3}\text{)}$	$g \text{ (m.s}^{-2}\text{)}$	$d \text{ (mm)}$
1	5.10^{-5}	2500	9,81	2
2	1.10^{-5}	2500	9,81	2
3	5.10^{-5}	2500	1	2
4	1.10^{-5}	1500	9,81	2
5	5.10^{-5}	1500	9,81	2
6	5.10^{-5}	2500	1	2
7	5.10^{-6}	2500	9,81	2
8	5.10^{-6}	1500	9,81	2
9	2.10^{-6}	2500	9,81	2
11	2.10^{-6}	1500	9,81	2
13	5.10^{-5}	2500	9,81	4

TABLE 4.3 – Récapitulatif des paramètres physiques utilisés dans les simulations numériques.

Taux d'expansion

Il est possible de quantifier plus simplement ce régime transitoire en définissant un taux d'expansion caractéristique $V_0 = H_0/t_0$. La Figure 4.7 présente pour toutes les séries de données étudiées les courbes du taux d'expansion V_0 en fonction de la vitesse d'injection U . Au final, par l'ajustement choisi ici, on tire de ces courbes la vitesse seuil d'apparition de la cheminée fluidisée U_c . De plus, les mêmes courbes, tracées en fonction de $(U - U_c)^{3/5}$ permettent d'apprécier la validité de la loi d'ajustement en loi de puissance avec un exposant de $3/5$.

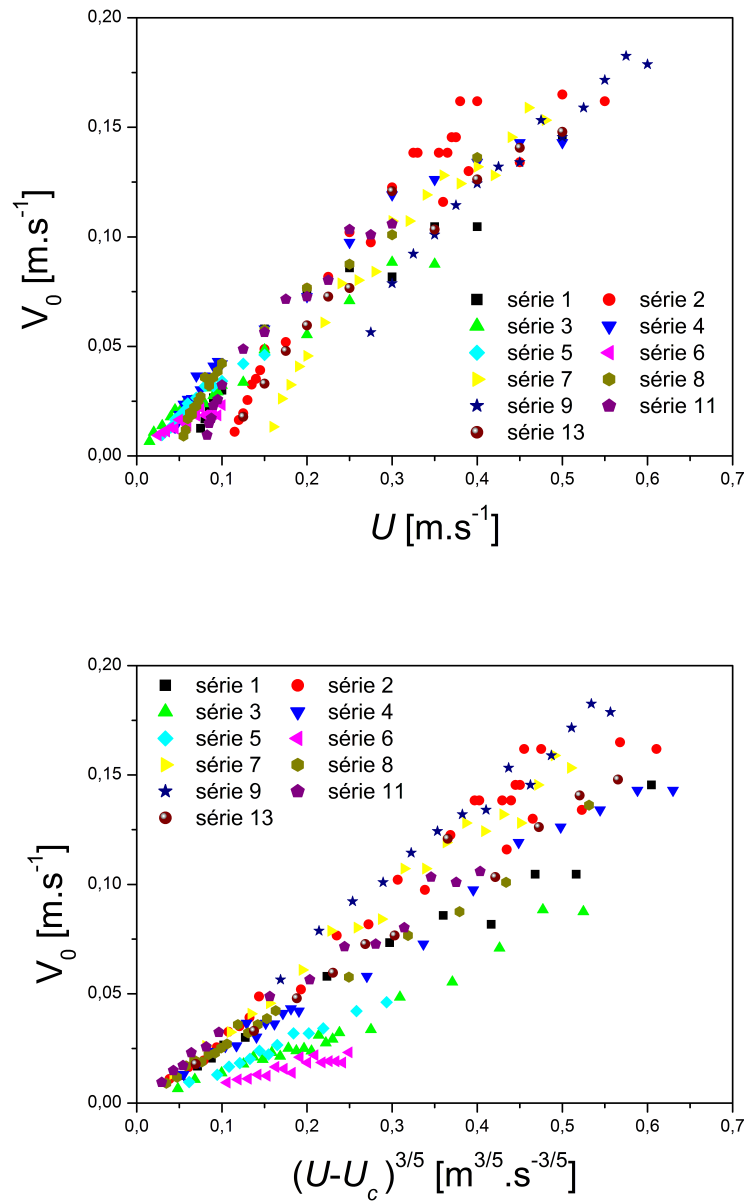


FIGURE 4.7 – Taux d’expansion caractéristique $V_0 = H_0/t_0$ en fonction de la vitesse d’injection U (en haut) et en fonction de $(U - U_c)^{3/5}$ (en bas).

Vitesse critique

Comme on peut le voir sur la Figure 4.7, les valeurs de la vitesse seuil U_c d’apparition de la cheminée varient sur plusieurs ordres de grandeur. En s’appuyant sur les séries de données 1, 2, 7 et 9 pour lesquelles seule la viscosité du fluide change, on peut trouver que le seuil U_c varie approximativement comme $\nu_f^{-1/2}$. Avec les séries 1 et 13, on trouve une dépendance compatible avec d^n où $1 < n < 1.5$. Les autres séries permettent enfin de trouver une dépendance compatible avec $[(\rho_g - \rho_f)g]^m$ où $3/4 < m < 1$. Finalement, de façon empirique, il est possible par exemple d’obtenir une loi d’échelle correcte en

$U_c \propto g_*^{3/4} d^{5/4} \nu_f^{-1/2}$ avec $g_* = (\rho_g/\rho_f - 1)g$ comme l'illustre la Figure 4.8.

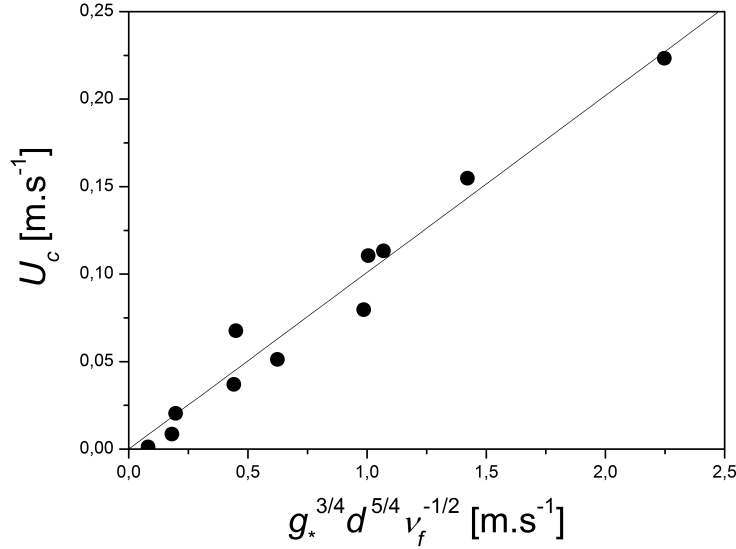


FIGURE 4.8 – Vitesse seuil d'apparition de la cheminée U_c en fonction de $g_*^{3/4} d^{5/4} \nu_f^{-1/2}$. La droite correspond à la relation $U_c = 0.1 g_*^{3/4} d^{5/4} \nu_f^{-1/2}$.

Interprétation et discussion

Pour interpréter le résultat de la vitesse critique U_c d'existence d'une cheminée fluidisée, il semble logique de se ramener à une vitesse caractéristique, qui depend en grande partie des grandeurs physiques mis en jeu dans le problème, notamment la densité des grains ρ_g , la densité du fluide ρ_f , la gravité g , la viscosité du fluide ν_f , le diamètre des grains d et le diamètre de l'injection. Pour tenir compte de la poussée d'Archimède, on introduit une gravité modifiée $g_* = (\rho_g/\rho_f - 1)g$ qui intègre ainsi complètement l'influence des trois premières grandeurs à considérer. Par ailleurs, le diamètre d'injection est maintenu constant dans cette partie. Son influence est analysée en détail dans la section suivante. L'interprétation de la valeur de la vitesse seuil U_c est basée sur l'analyse dimensionnelle de ces grandeurs physiques. À partir de g_* , ν_f et d , une vitesse caractéristique peut alors être construite avec toute combinaison de la forme suivante :

$$g_*^{(1/2-\gamma/2)} d^{(1/2-3\gamma/2)} \nu_f^\gamma \quad (4.2)$$

où γ est un exposant quelconque.

On retrouve pour $\gamma = -1$ le cas particulier de la vitesse de Stokes qui, via l'expression de la perméabilité $k \propto d^2$ et l'utilisation de la loi de Darcy, correspond bien à la vitesse de fluidisation d'un empilement granulaire à faible nombre de Reynolds, typiquement de $Re < 10$ pour que la loi de Darcy soit valide [29]. Cependant dans notre étude paramétrique, il se trouve que le nombre de Reynolds varie d'une série à l'autre de 0.3 à 250 et on a pu ainsi vérifier que les valeurs obtenues pour la vitesse seuil U_c n'étaient pas simplement

fonction de la vitesse de Stokes.

Poussons alors plus loin l'analyse dimensionnelle en recherchant donc deux grandeurs sans dimensions (ou grandeurs adimensionnelles) à partir de g_* , ν_f , d et de la vitesse d'injection U . Les grandeurs adimensionnelles choisies pour mieux rendre compte des caractéristiques physiques du problème et pour ainsi construire une interprétation juste des résultats numériques sont respectivement le nombre de Reynolds particulaire Re et le nombre d'Archimède Ar ¹ :

$$Re = \frac{U d}{\nu_f} \quad (4.3)$$

$$Ar = \frac{g_* d^3}{\nu_f^2} \quad (4.4)$$

La valeur du nombre de Reynolds particulaire Re atteinte pour la vitesse critique U_c doit donc vérifier :

$$Re_c = \frac{U_c d}{\nu_f} = f(Ar) \quad (4.5)$$

La Figure 4.9 montre effectivement un bon accord avec cette relation 4.5. Sur cette figure, il apparaît en outre que la fonction f est compatible avec une loi simple de puissance en exposant $3/4$ d'où $Re_c \propto Ar^{3/4}$.

À noter que cette relation correspond alors à une vitesse caractéristique de la forme $g_*^{(1/2-\gamma/2)} d^{(1/2-3\gamma/2)} \nu_f^\gamma$ avec un exposant $\gamma = -1/2$ et permet ainsi d'interpréter la loi d'échelle proposée à la Figure 4.8.

En supposant que la vitesse critique d'existence d'une cheminée fluidisée est directement corrélée à la vitesse de sédimentation d'un grain dans le fluide, il est possible de donner une interprétation physique de la fonction f définie par $Re_c = f(Ar)$. Si l'on considère en configuration 3D un cylindre de diamètre d et de très petite longueur w , la vitesse terminale de chute du grain U_t est donnée par l'équilibre suivant :

$$\frac{\pi}{4} d^2 w (\rho_g - \rho_f) g = \frac{1}{2} \rho_f U_t^2 w d C_D(Re_t) \quad (4.6)$$

où C_D est le coefficient de traînée, fonction du nombre de Reynolds limite $Re_t = U_t d / \nu_f$.

Le terme de gauche traduit l'action du poids déjaugé de la poussée d'Archimède, et celui de droite est la force de traînée du fluide s'opposant au mouvement de la particule. On déduit facilement de l'équation 4.6 la relation :

$$Re_t^2 C_D(Re_t) = \frac{\pi}{2} Ar \quad (4.7)$$

1. Le nombre d'Archimède caractérise le mouvement d'un corps dans un fluide dû à leur différence de densité. Il s'agit du rapport entre les forces gravitationnelles, les forces d'inertie et les forces visqueuses. A noter également qu'il est égal au carré du nombre de Galilée $Ar = Ga^2$.

Cette relation définit implicitement la fonction f . En s'appuyant pour f sur la loi de puissance $Re \propto Ar^{3/4}$ obtenue empiriquement, on trouve que le coefficient de traînée peut être interpolé à partir des valeurs du nombre de Reynolds Re_t :

$$C_D(Re) = C_0 Re^{-2/3} \quad (4.8)$$

où $C_0 \approx 33.8$.

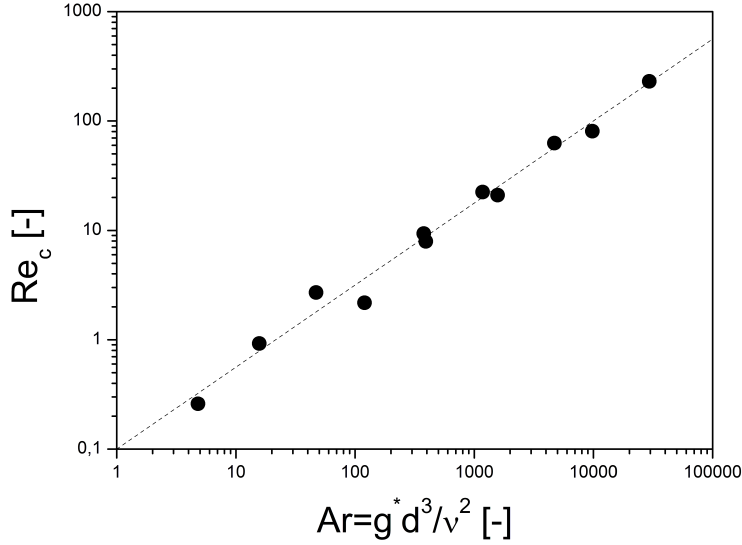


FIGURE 4.9 – Nombre de Reynolds critique $Re_c = U_c d / \nu_f$ en fonction du nombre d'Archimède $Ar = g_* d^3 / \nu_f^2$. La droite en pointillé est un ajustement en loi de puissance avec un exposant de $3/4$ et un coefficient de proportionnalité très proche de 0.1.

La Figure 4.10 présente les valeurs de C_D tirées de l'expression 4.7 en fonction du nombre de Reynolds Re avec comparaison à la relation empirique 4.8. Pour comparaison, la figure reproduit également les valeurs de coefficient de traînée C_{D0} obtenues pour une unique particule (cf chapitre 2). On trouve un assez bon accord même si C_{D0} ne peut être décrit aussi facilement que C_D par une simple loi de puissance. Une loi empirique plus complexe (Eq. 2.111) a été proposée au chapitre 2. Les valeurs de C_D sont systématiquement supérieures à celles de C_{D0} avec un rapport entre les deux compris entre 1.3 et 2.2. Cette différence peut se comprendre du fait que la vitesse d'injection U n'est pas égale à la vitesse du fluide U_f dans l'empilement granulaire d'où l'on a $U_f = U/\varepsilon$ avec ε la porosité. Par ailleurs, il faut rappeler que les simulations numériques réalisées dans le cadre de ce travail sont restreintes à une configuration bidimensionnelle pour laquelle l'espace interstitiel d'un empilement granulaire de grains de forme circulaire est occlus. Par conséquent, le fluide ne peut s'écouler librement entre les grains. Ainsi, le paramètre $R_h = 0.8$ appelé rayon hydraulique a été introduit pour pouvoir réduire la taille des grains pour rendre compte des interactions hydrodynamiques dans le calcul LBM afin d'avoir une perméabilité finie ou non nulle. On trouve facilement que $\varepsilon = 1 - (1 - \varepsilon_0)R_h^2$ avec ε_0 la porosité réelle de l'empilement. Ici, $\varepsilon_0 \approx 0.2$ et donc $\varepsilon \approx 0.5$. Pour corriger la courbe de C_D il faut remplacer dans l'équation 4.6 non

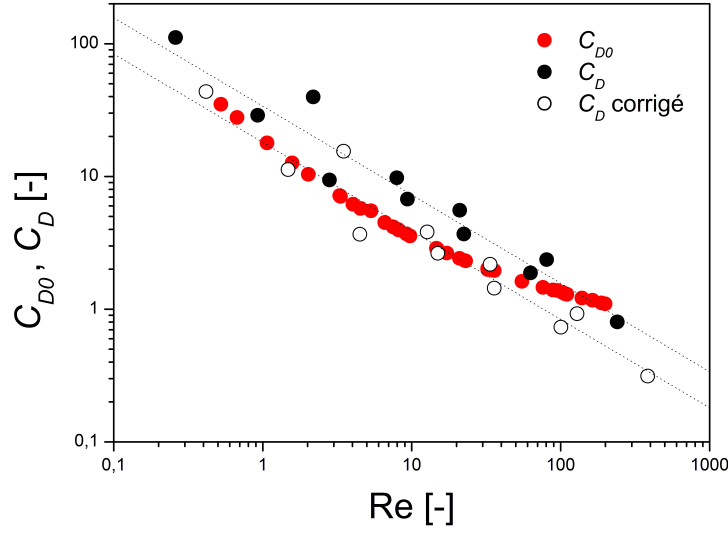


FIGURE 4.10 – Coefficient de traînée C_{D0} obtenu pour une particule seule et le coefficient de traînée C_d tiré de l'interprétation physique de la vitesse critique U_c et celui corrigé comme expliqué dans le texte.

seulement U par U/ε mais aussi d par dR_h et g_* par g_*/R_h^3 car le poids du grains est conservé lorsque son diamètre est réduit. Cela revient donc à remplacer Re par ReR_h/ε et C_D par $C_D\varepsilon^2/R_h^2$. Les valeurs ainsi corrigées sont également représentées sur la Figure 4.10 et l'on observe un bon accord quantitatif, confirmant ainsi la fiabilité de l'analyse dimensionnelle proposée et montrant également que le fait d'avoir un empilement plutôt qu'une particule seule et d'injecter le fluide localement et non de façon homogène ont des effets qui sont relativement négligeables ou alors qui se compensent ici quasi-parfaitement.

Au-delà de la vitesse seuil d'apparition de la cheminée fluidisée, on peut maintenant tester cette approche dimensionnelle dans le régime transitoire qui précède l'apparition de la cheminée. Pour cela, on introduit un nombre de Reynolds lié aux taux d'expansion $Re_0 = V_0 d/\nu_f$. En recherchant un ajustement par une loi de puissance comme celle obtenue précédemment et en imposant un exposant de $3/5$, on peut proposer la loi d'échelle suivante :

$$\frac{Re_0}{Re_c} \propto \left(\frac{Re}{Re_c} - 1 \right)^{3/5} \quad (4.9)$$

Comme on peut le voir sur la Figure 4.11, cette mise à l'échelle est tout à fait correcte avec un coefficient de proportionnalité de l'ordre de 0.75.

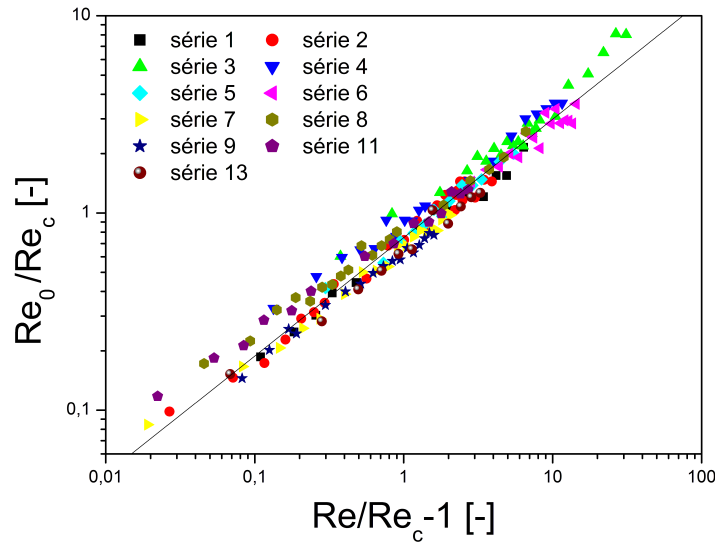


FIGURE 4.11 – Rapport Re_0/Re_c en fonction de $(Re/Re_c - 1)$ en échelle log-log. La droite correspond à la relation $Re_0/Re_c = 0.75 (Re/Re_c - 1)^{3/5}$.

4.2.4 Hystérésis dans le régime de cavité fluidisée

Pour trouver la frontière entre les régimes de cavité et cheminée fluidisées, on peut augmenter la vitesse d'écoulement U par paliers successifs suffisamment longs pour atteindre un état stationnaire, et tracer la hauteur H_f de la zone fluidisée en fonction de U comme on peut le voir sur la Figure 4.12. L'apparition d'une valeur non nulle de H_f détermine la limite inférieure du régime de cavité fluidisée, tandis que l'autre frontière marquant la transition vers un régime de cheminée fluidisée correspond à la vitesse critique U_c pour lequel H_f augmente assez brusquement avant de se stabiliser à une valeur légèrement supérieure à H_0 du fait de la dilatation de l'empilement fluidisé. En revanche, si l'on procède dans les sens inverse, partant d'un état stationnaire de cheminée fluidisée et en diminuant progressivement par paliers réguliers la vitesse d'écoulement, un comportement très différent est observé comme le montre la Figure 4.12. Comme on pouvait s'y attendre en effet, la cheminée commence par se refermer pour une valeur de vitesse assez proche de la vitesse critique U_c . Cependant, dans le régime de cavité fluidisée, on observe qu'une cavité continue d'exister même pour des valeurs de vitesses inférieures à U_{cav} . Plus concrètement, la hauteur H_f de la cavité fluidisée décroît quasi-linéairement et finie par s'effondrer et disparaître pour une vitesse U_{ef} significativement inférieure à U_{cav} .

Cette difficulté à refermer la cheminée préalablement fluidisée par défluidisation lente est une conséquence du caractère localisé de l'écoulement qui permet, lors de la transition du régime de cheminée au régime de cavité, l'intervention du mécanisme d'effets de voûte ou d'arches caractérisé par la présence d'un nombre non négligeable de contacts transmettant des forces très faibles au sommet de la cavité en déportant latéralement le poids de la couche supérieure, comme on peut le voir sur la Figure 4.13, et diminue ainsi la contrainte effective verticale.

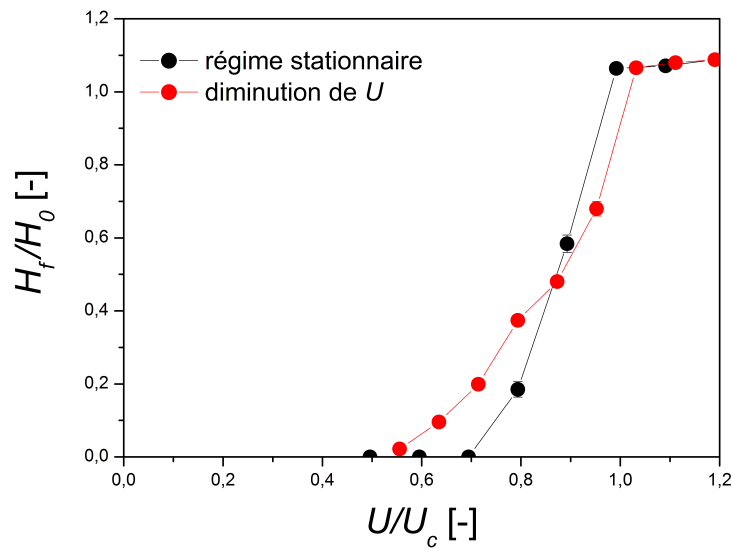


FIGURE 4.12 – Hauteur de la zone fluidisée H_f de l’empilement au dessus de la buse d’injection en fonction de la vitesse U de l’écoulement pour un empilement de hauteur initiale $H_0 = 90 \text{ mm}$ et avec un diamètre d’injection $d_i = 8.0 \text{ mm}$. La viscosité du fluide simulé $\nu_f = 2.0 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$.

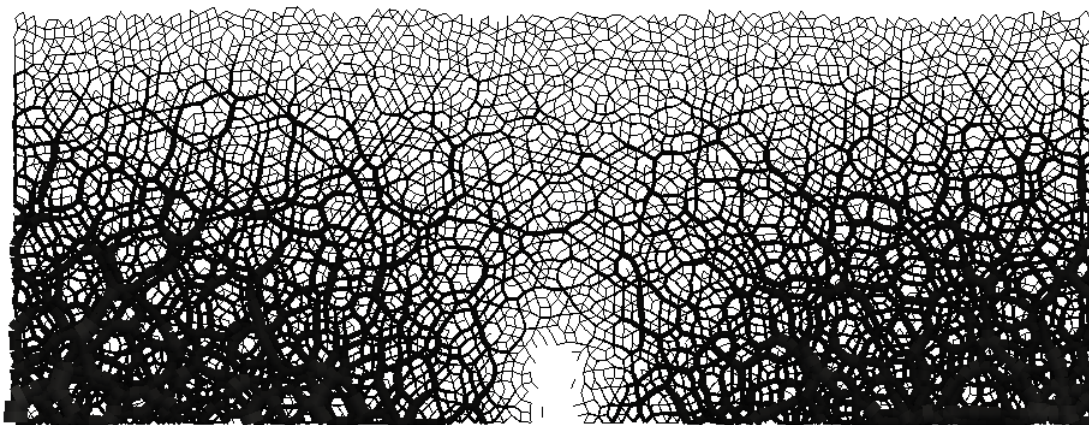


FIGURE 4.13 – Réseau de forces de contact au cours de la transition du régime de cheminée au régime de cavité fluidisée.

4.2.5 Diagrammes de phases

Au final, pour un empilement de hauteur initiale H_0 et compte tenu de l'effet d'hystérésis présenté ci-dessus, quatre régimes différents sont à considérer :

- (1) $U < U_{ef}(H_0)$: domaine purement statique
- (2) $U_{ef}(H_0) < U < U_{cav}(H_0)$: domaine d'existence d'une cavité fluidisée si et seulement si il y a eu au préalable une cheminée fluidisée
- (3) $U_{cav}(H_0) < U < U_{ch}(H_0)$: domaine d'existence d'une cavité fluidisée indépendamment de l'histoire du système
- (4) $U < U_{ch}(H_0)$: domaine d'existence d'une cheminée fluidisée.

Sur la Figure 4.14, ces différents domaines sont représentés dans un diagramme (H_0 , U). Chaque point correspond à une simulation réalisée avec une vitesse du fluide U imposée à la base d'un empilement de hauteur initiale H_0 . Pour une viscosité du fluide simulé assez importante, notamment pour $\nu_f = 5.0 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$, on observe un passage direct du régime statique au régime de cheminée fluidisée. Les dépendances des vitesses U_{ef} et U_{ch} avec H_0 apparaissent aux frontières entre les différents domaines. On constate sur la Figure 4.14 que cette délimitation est approximativement une droite.

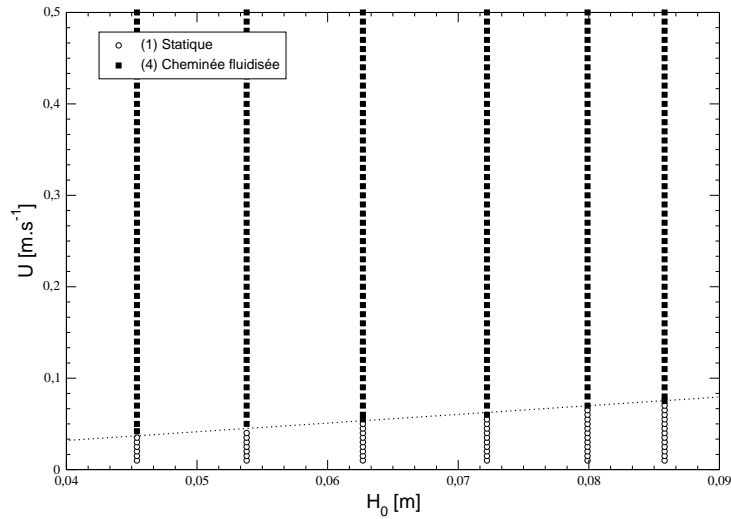


FIGURE 4.14 – Diagramme de phases représentant les différents états stationnaires en injectant du fluide avec une vitesse U à la base d'un empilement de hauteur initiale H_0 obtenu pour une viscosité $\nu_f = 5.0 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$. On distingue ici uniquement 2 domaines : (1) domaine purement statique ; (4) domaine d'existence d'une cheminée fluidisée.

Pour une viscosité du fluide simulé plus faible, $\nu_f = 2.0 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$, on a pu observer les quatre différents régimes cités précédemment et illustrer sur la Figure 4.15. La condition d'existence d'une cheminée fluidisée (4) nécessite le passage préalable du système par les domaines (2) puis (3). Cependant, ces différents états stationnaires dépendent de

la durée de simulation numérique. Pour un empilement de hauteur initiale H_0 donnée, l'état stationnaire finalement obtenu pour une vitesse d'écoulement U imposée est lié à la durée de la sollicitation hydraulique exercée par l'écoulement interstitiel sur la structure granulaire.

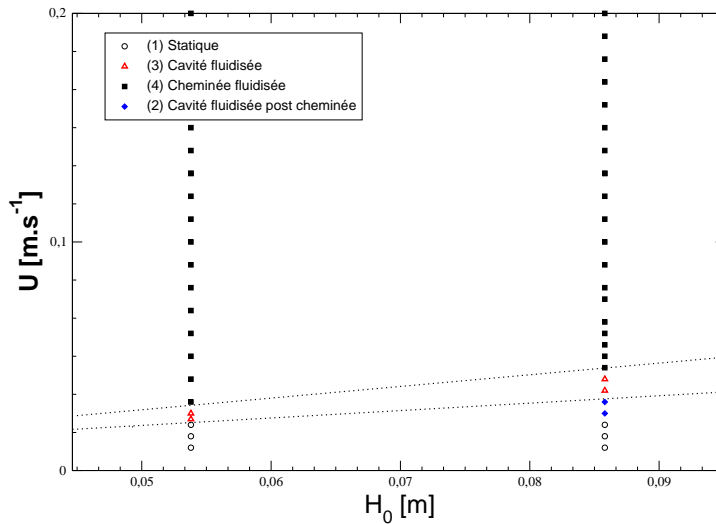


FIGURE 4.15 – Diagramme de phases représentant les différents états stationnaires en injectant du fluide avec une vitesse U à la base d'un empilement de hauteur initiale H_0 obtenu pour une viscosité $\nu_f = 2.0 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$. On distingue ici uniquement 4 domaines : (1) domaine purement statique ; (2) domaine d'existence d'une cavité fluidisée post cheminée ; (3) domaine d'existence d'une cavité fluidisée et (4) domaine d'existence d'une cheminée fluidisée.

Par exemple, sur les Figures 4.16 et 4.17, pour une durée totale de simulation prise égale à 10s puis 20s, le système passe respectivement par deux états stationnaires différents. Pour le premier, on observe un régime de cavité fluidisée stable et pour le second une cheminée fluidisée à évolution lente. La phase transitoire pendant laquelle une cavité fluidisée instable continue de croître et finit par déboucher jusqu'au sommet de la couche granulaire et crée ainsi une cheminée de grains fluidisés peut s'avérer trop longue et la durée de simulation limitée ne permet pas alors de le quantifier. Ainsi, il n'est pas possible de déterminer si un régime stationnaire de cavité fluidisée peut exister ou s'il s'agit uniquement d'un état instable dont l'évolution peut être très lente. Mais, compte tenu, des limitations en temps de calcul, la quasi totalité de nos simulations ont été limitée à 10s et permettent donc pas de distinguer aisément un régime de cavité fluidisée et un régime de cheminée fluidisée comme cela discuté plus loin.

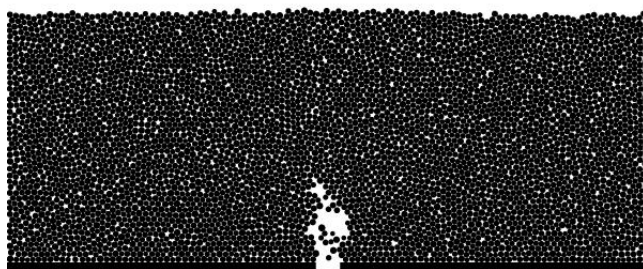


FIGURE 4.16 – Régime de cavité fluidisée obtenu au bout de 10s de simulation avec une hauteur initiale $H_0 = 85.8 \text{ mm}$ et une viscosité du fluide $\nu_f = 5.0 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$.

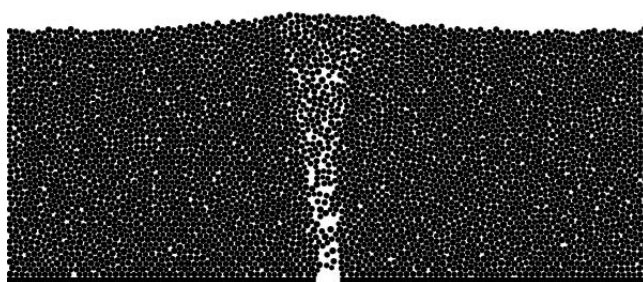


FIGURE 4.17 – Régime de cheminée fluidisée obtenu au bout de 20s de simulation avec une hauteur initiale $H_0 = 85.8 \text{ mm}$ et une viscosité du fluide $\nu_f = 5.0 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$.

Les résultats expérimentaux obtenus dans le cadre de l'étude de la déstabilisation d'un empilement granulaire immergé par fluidisation localisée (voir Chapitre 3) valident très bien la pertinence des résultats numériques obtenus à partir du modèle hybride 2D de couplage LBM-DEM utilisé. On retrouve très bien la phénoménologie mise en évidence dans les expériences [12; 13] : l'effet d'hystérésis est présent bien que moins marqué que dans les expériences ; les diagrammes de phases sont similaires dans le cas d'une viscosité suffisamment faible dans la simulation numérique ; le régime transitoire présente une même loi de puissance divergente (Eq. 4.1) pour le temps caractéristique t_0 mais avec un exposant $\alpha \sim 0.6$ dans la simulation contre un exposant $\alpha \sim 1$ dans les expériences.

4.3 Influences des différents paramètres

Dans le cadre de l'analyse de la fluidisation localisée d'un empilement granulaire immergé, une étude de l'influence de plusieurs paramètres tels que la hauteur initiale d'empilement H_0 , le diamètre d'injection d_i et la viscosité du fluide ν_f sur l'évolution de la vitesse critique U_c d'apparition d'une cheminée fluidisée a été réalisée.

4.3.1 Influence de la hauteur initiale de l'empilement

La Figure 4.18 montre les vitesses seuil de fluidisation U_c , pour différentes hauteurs initiales d'empilement (SPL04, SPL05, SPL06, SPL07, SPL08, SPL09 et SPL10). Les

paramètres de simulation utilisés pour cette étude sont les mêmes que ceux présentés dans le Tableau 4.2.

Sur la Figure 4.18, on voit que $U_c \propto H_0$, autrement dit que la vitesse minimale au seuil de fluidisation, U_c , est proportionnelle à la hauteur d'empilement initiale H_0 . Cette dépendance linéaire entre le seuil de fluidisation et la hauteur d'empilement a aussi été mise en évidence expérimentalement par Zoueshtiagh et Merlen [12] et ensuite par Philippe et Badiane [13].

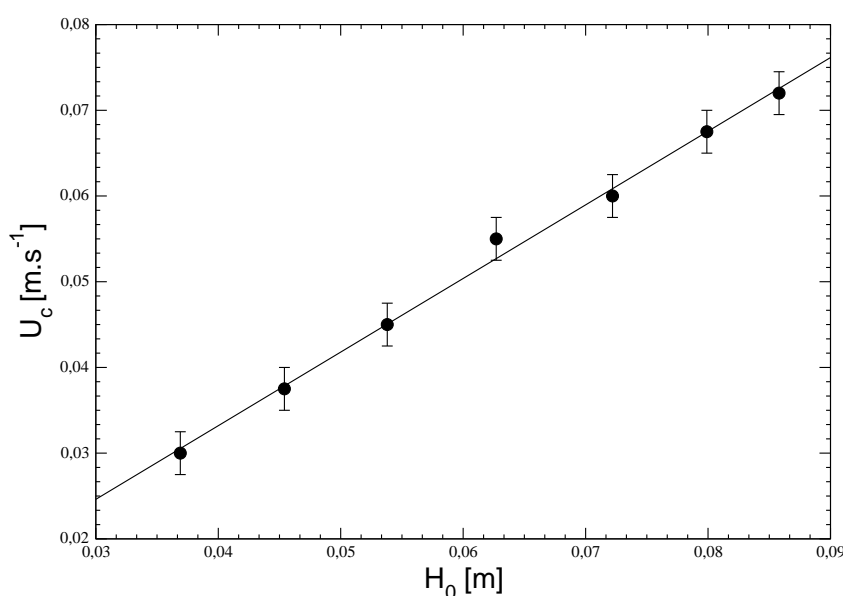


FIGURE 4.18 – Dépendance de la vitesse minimale de fluidisation U_c avec la hauteur d'empilement granulaire H_0 pour une viscosité du fluide $\nu_f = 5.0 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$ et un diamètre d'injection $d_i = 8.0 \text{ mm}$. La courbe donnant le seuil de fluidisation pour différentes hauteurs d'empilement granulaire peut être approchée par une droite : $U_c = 0.859 H_0 - 0.0012$.

Une étude de l'influence de la hauteur initiale de l'empilement sur la loi d'échelle proposée pour approcher le seuil critique de fluidisation localisée d'un empilement granulaire immergé a également été menée avec un échantillon macroscopique de hauteur initiale plus petite. Ces essais numériques ont été réalisés avec l'échantillon SPL06 de hauteur initiale $H_0 = 53.8 \text{ mm}$ pour les séries 1, 4, 6, 7 et 9 (voir Tableau 4.3). Comme on peut le voir sur la Figure 4.19 ci-dessous, il n'y a une influence assez faible de la hauteur initiale H_0 sur la loi d'échelle en Re_0/Re_c . Pour les hauteurs initiales $H_0 = 85.8 \text{ mm}$ et $H_0 = 53.8 \text{ mm}$ nous obtenons respectivement un coefficient de 0.75 pour le SPL10 et 0.95 pour le SPL06 mais avec plus de bruit.

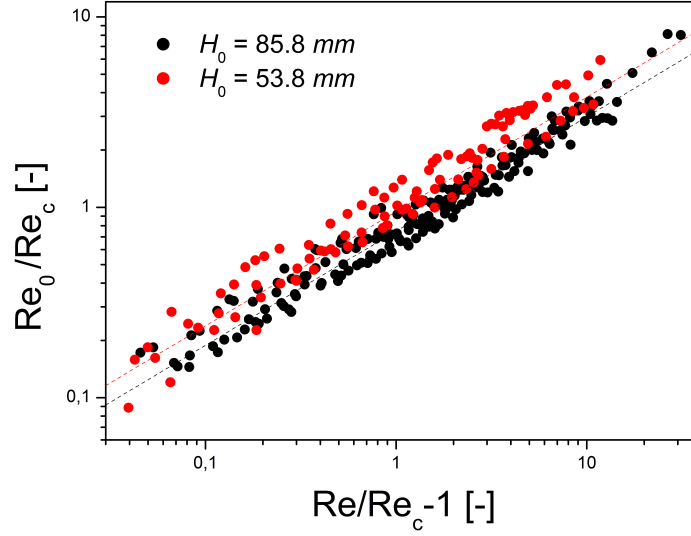


FIGURE 4.19 – Rapport Re_0/Re_c en fonction de $(Re/Re_c - 1)$ en échelle log-log. Les droites correspondent à la relation $Re_0/Re_c = 0.75 (Re/Re_c - 1)^{3/5}$ pour une hauteur initiale d'empilement $H_0 = 85.8 \text{ mm}$ et $Re_0/Re_c = 0.95 (Re/Re_c - 1)^{3/5}$ pour une autre hauteur $H_0 = 53.8 \text{ mm}$.

4.3.2 Influence de la taille d'injection

Dans cette étude, plusieurs buses de diamètres d'injection différents d_i (4 mm, 8 mm, 15 mm, 24 mm, 32 mm, 40 mm, 48 mm, 56 mm, 64 mm, 72 mm, 80 mm, 96 mm, 128 mm, 192 mm, 221 mm) ont été utilisées pour les simulations. Les paramètres de simulations retenus ici sont les mêmes que ceux employés pour les simulations de l'étude de l'influence de la hauteur d'empilement initiale sur le seuil de fluidisation. La Figure 4.20 montre l'évolution de la vitesse minimale au seuil de fluidisation U_c , pour différents diamètres d'injection d_i .

Sur cette Figure 4.20, comme on peut le voir, la vitesse minimale au seuil de fluidisation, U_c , décroît largement avec le diamètre d'injection, d_i , et peut être mise sous la forme approximative :

$$\frac{U_c - U_c^h}{U_c^h} \propto \left(\frac{L}{d_i} - 1 \right)^n \quad (4.10)$$

où n est proche 1.

Pour des valeurs de d_i/L proches de 1, la vitesse au seuil de fluidisation U_c tend vers une valeur constante U_c^h , qui n'est rien d'autre que la vitesse critique au seuil de fluidisation homogène d'une assemblée de grains immergés.

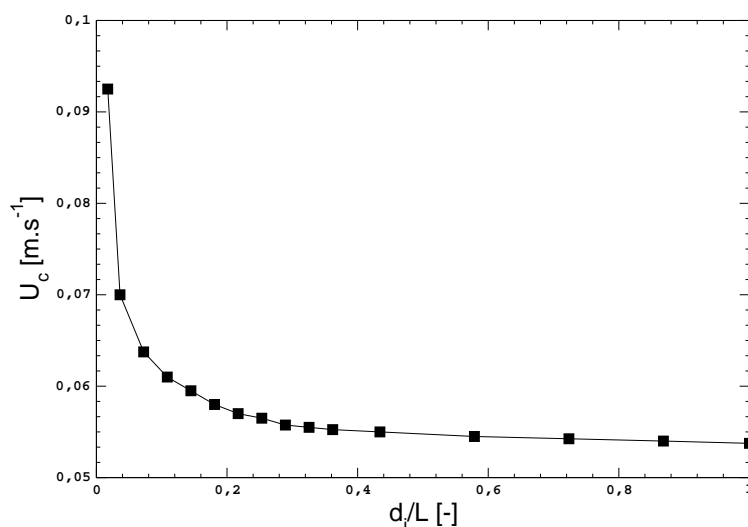


FIGURE 4.20 – Dépendance de la vitesse minimale de fluidisation U_c avec le diamètre d’injection d_i pour une hauteur d’empilement initiale $H_0 = 85.8$ mm. La viscosité du fluide simulé est de $\nu_f = 5.0 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$. Le diamètre d’injection d_i est adimensionné par la largeur de l’empilement L .

Les résultats des expériences de Philippe et Badiane [13] et de Zoueshtiagh et Merlen [12] ont montré que le seuil de fluidisation d’un empilement granulaire immergé est indépendant de la section d’injection. Pourtant, les résultats des simulations numériques tendent à prouver le contraire. En effet, comme on peut le voir sur la Figures 4.20, le diamètre d’injection a une influence sur la vitesse critique U_c au seuil de fluidisation. De plus, notons que les expériences de Philippe et Badiane [13] et de Zoueshtiagh et Merlen [12] sur l’étude de l’influence de la section d’injection sur le seuil de fluidisation ont été effectuées sur une gamme limitée du diamètre d’injection d_i au regard des dimensions du dispositif expérimental. Dans les expériences de Philippe et Badiane [13], deux diamètres d’injection ont été utilisés 6 et 14 mm pour une cellule de 200 mm largeur, soit un rapport d_i/L de 3 et 7%. De même, dans les travaux de Merlen [12], trois buses de diamètres d’injection différents ont été utilisées 3, 15 et 35 mm pour une cellule cylindrique de 240 mm de diamètre, soit un rapport de tailles de 1%, 6% et 15 %. Tandis que dans les simulations numériques, nous pouvons aisément faire varier la taille de l’injection et ainsi explorer tous les rapports de tailles $d_i/L = 0.1$ jusqu’au cas limite de la fluidisation homogène où $d_i/L = 1$. Au final, dans cette gamme expérimentale très réduite du diamètre d’injection, il est fort possible que ce dernier n’ait pas d’influence notable sur la vitesse critique U_c mais qu’un effet soit visible en élargissant la gamme explorée.

4.3.3 Effet de la viscosité du fluide

Pour étudier l'influence de la viscosité ν_f du fluide sur les vitesses au seuil de fluidisation U_c , une étude paramétrique a été réalisée en variant conjointement le diamètre d'injection d_i , comme dans l'étude précédente, et la viscosité cinématique du fluide ν_f ($2.0 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$ et $5.0 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$). Les résultats sont présentés sur les Figures 4.21 et 4.20. Pour la plus faible des valeurs de viscosité du fluide simulé, la forme proposée précédemment reste valable mais l'exposant de la loi de puissance n est cette fois un peu plus grand que 1, $n \approx 1.2$.

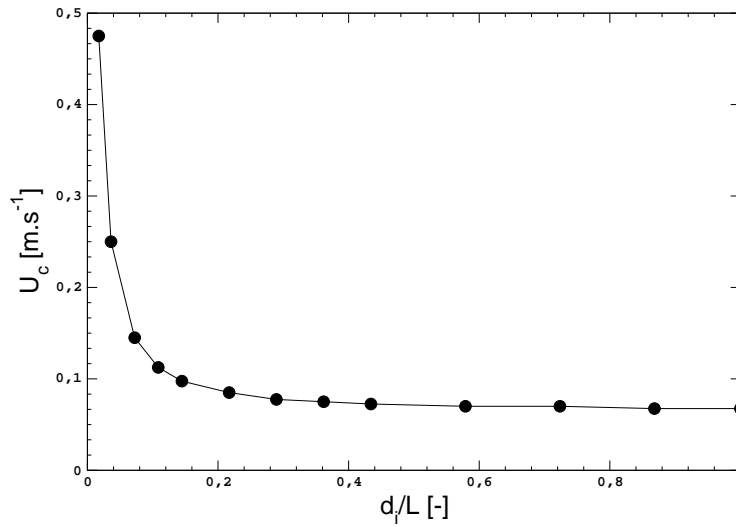


FIGURE 4.21 – Dépendance de la vitesse minimale de fluidisation U_c avec le diamètre d'injection d_i pour une autre valeur de la viscosité du fluide simulé $\nu_f = 2.0 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$. Le diamètre d'injection d_i est adimensionné par la largeur de l'empilement L .

Les résultats de l'étude du transitoire de fluidisation localisée ont mis en évidence l'influence prépondérante de la viscosité du fluide sur l'hydrodynamique du régime de cavité fluidisée. En effet, lorsqu'on augmente la vitesse U de l'écoulement traversant le milieu granulaire immergé, on observe pas systématiquement ce régime. Les résultats de simulations numériques ont montré que, le régime de cavité correspond à une gamme restreinte de valeurs de U_{cav} pour une viscosité du fluide élevée. En revanche, pour des viscosités plus faibles, cette gamme de variation de U_{cav} est beaucoup plus importante. L'influence du diamètre d'injection d_i et de la viscosité du fluide sur l'hydrodynamique de fluidisation est illustrés sur les Figures 4.22 et 4.23.

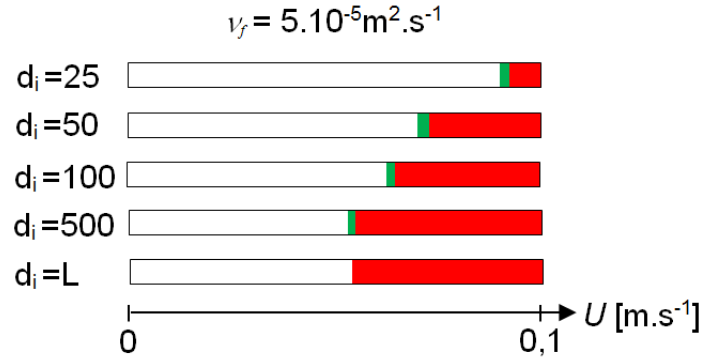


FIGURE 4.22 – Influence du diamètre d’injection d_i rapporté à la largeur L sur l’hydrodynamique de cavité obtenue avec une hauteur initiale de l’empilement $H_0 = 85.8 \text{ mm}$ et une viscosité du fluide $\nu_f = 5.010^{-5} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$.

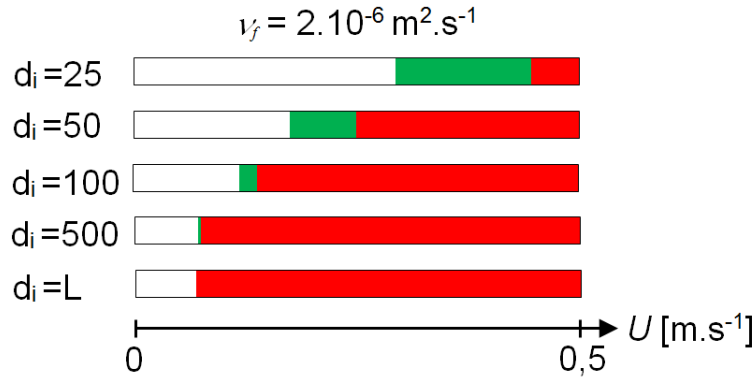


FIGURE 4.23 – Influence du diamètre d’injection d_i rapporté à la largeur L sur l’hydrodynamique de cavité obtenue avec une hauteur initiale de l’empilement $H_0 = 85.8 \text{ mm}$ et une viscosité du fluide $\nu_f = 2.010^{-6} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$.

Pour pousser un peu plus loin l’analyse, nous avons également étudié l’influence de la hauteur initiale de l’empilement. Avec la loi de puissance proposée (Eq. 4.10), nous obtenons des résultats assez satisfaisants dans la mesure où pour les deux échantillons granulaires SPL06 et SPL10 de hauteurs d’empilement initiales différentes et pour une viscosité de fluide fixée dans un cas à $2.0 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$ et dans l’autre à $5.0 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$, nous obtenons pour chacune de ces configurations une loi de la forme :

$$\frac{U_c - U_c^h}{U_c^h} \approx \Omega \left(\frac{L}{d_i} - 1 \right)^n \quad (4.11)$$

où n est exposant proche de 1 et Ω qui est défini par :

$$\Omega = \frac{U_c(d_i = L/2)}{U_c^h} - 1 \quad (4.12)$$

Comme on peut le voir sur les Figures 4.24 et 4.25, cette loi d’échelle est tout à fait cohérente avec les paramètres Ω , n et U_c^h qui sont présentés sur le Tableau 4.4. Comme

on peut le voir, l'exposant n de la loi de puissance varie très peu avec la hauteur initiale d'empilement.

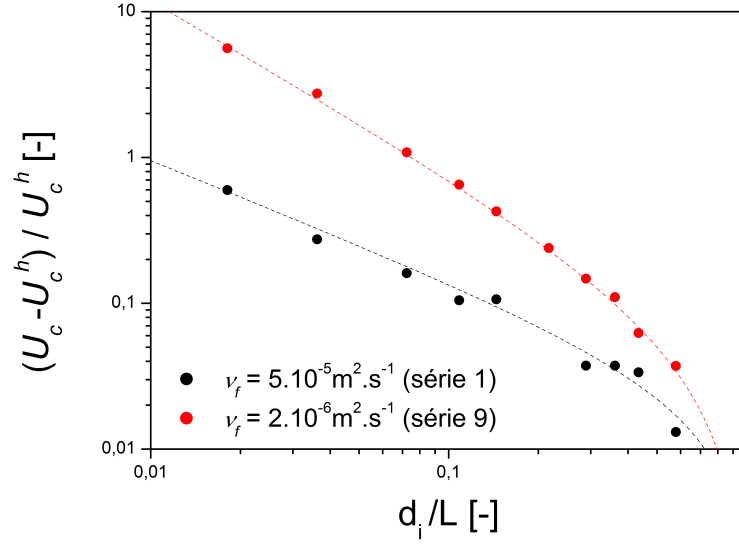


FIGURE 4.24 – Rapport $(U_c - U_c^h) / U_c^h$ en fonction de $(L/d_i - 1)$ en échelle log-log obtenu avec une hauteur initiale de l'empilement $H_0 = 85.8 \text{ mm}$ (SPL10).

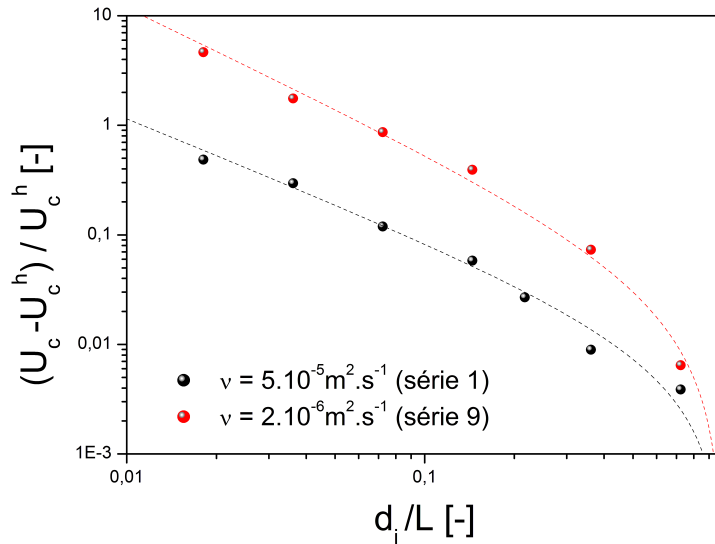
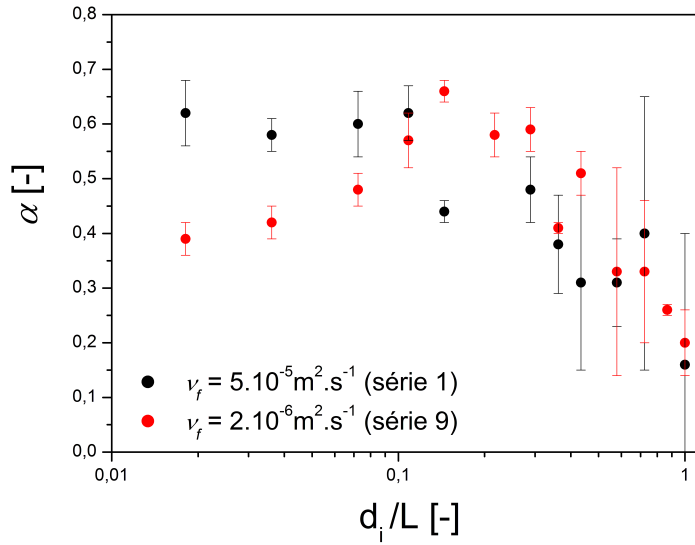


FIGURE 4.25 – Rapport $(U_c - U_c^h) / U_c^h$ en fonction de $(L/d_i - 1)$ en échelle log-log obtenu avec une hauteur initiale de l'empilement $H_0 = 53.8 \text{ mm}$ (SPL06).

Echantillon	série	Ω	n	$U_c^h (m.s^{-1})$
SPL10	1	0.022	0.82	0.0535
	9	0.050	1.19	0.0672
SPL06	1	0.0073	1.1	0.0335
	9	0.030	1.3	0.0464

TABLE 4.4 – Paramètres (Ω , n , U_c^h) issus des résultats de simulations numériques.

Pour l'étude du régime transitoire de fluidisation localisée, une loi de puissance de la forme $t_0(U) = T_0 \left(\frac{U}{U_c} - 1 \right)^{-\alpha}$ où $\alpha = 3/5$ a été proposé pour décrire le temps caractéristique t_0 de diffusion de l'instabilité hydromécanique de type fluidisation au sein d'un empilement granulaire immergé soumis à un écoulement interne. Lorsque le diamètre d'injection d_i tend vers la largeur L de l'empilement granulaire (ou $d_i/L \rightarrow 1$), on s'aperçoit vite qu'on ne peut plus forcer la loi de puissance avec un exposant $\alpha = 3/5$. Ainsi, en laissant α comme paramètre libre, on constate que ce dernier décroît et passe approximativement de 0.6 pour des diamètres d'injection petits à environ 0.2 lorsque $d_i/L \approx 1$, comme on peut le voir sur les Figures 4.26 et 4.27.

FIGURE 4.26 – Exposant α de la loi de puissance en $t_0(U) = T_0 \left(\frac{U}{U_c} - 1 \right)^{-\alpha}$ pour une hauteur initiale d'empilement $H_0 = 85.8 \text{ mm}$ (SPL10) et avec deux valeurs de viscosité.

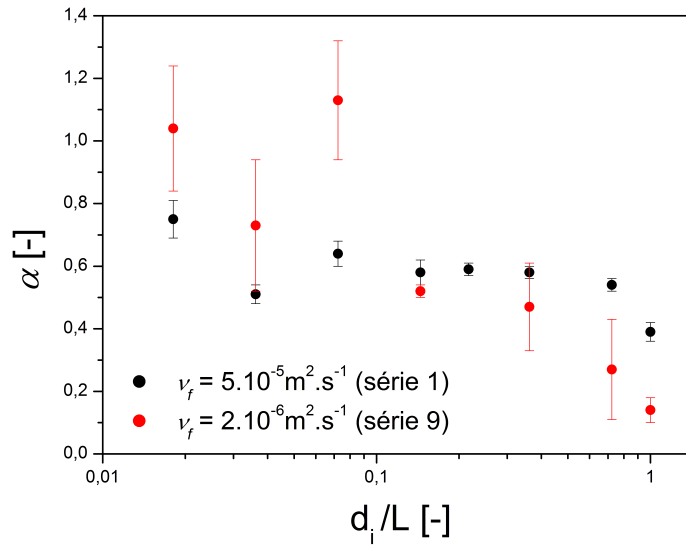


FIGURE 4.27 – Exposant α de la loi de puissance en $t_0(U) = T_0 \left(\frac{U}{U_c} - 1 \right)^{-\alpha}$ pour une hauteur initiale d'empilement $H_0 = 53.8 \text{ mm}$ (SPL06) et avec deux valeurs de viscosité.

4.4 Etude du transitoire de fluidisation homogène

La phase d'expansion transitoire de la fluidisation homogène correspond au cas limite étudié précédemment où le diamètre d'injection atteint la largeur totale du domaine. Cette section présente une étude numérique spécifique de ce cas. Elle vient en complément d'une série d'expériences préliminaires qui a été réalisée dans le cadre de cette thèse et qui, comme on le verra juste après, a mis en particulier en évidence l'influence déterminante de la densité initiale de l'empilement granulaire sur le régime transitoire de fluidisation homogène.

4.4.1 Etude expérimentale

Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental (voir Figure 4.28) se compose d'une cellule parallélépipédique aux parois transparentes de dimensions internes $200 \times 80 \times 400 \text{ mm}$. La cellule est constituée d'un cadre mécano-soudé en aluminium. Les parois transparentes sont en plexiglas, considérées comme parfaitement planes et parallèles deux à deux. Dans les conditions d'utilisation du dispositif, les parois sont considérées comme indéformables. La section interne de la cellule peut varier dans la profondeur de 3 à 5 cm. L'écoulement à l'intérieur de la cellule se fait du bas en haut avec des orifices d'alimentation et d'évacuation situés aux extrémités de la cellule. Afin d'homogénéiser l'écoulement deux diffuseurs sont placés entre les orifices d'alimentation et l'échantillon granulaire. Ces diffuseurs sont compartimentés en trois parties : une partie centrale dans laquelle se trouvent des billes de 3 mm et deux parties latérales contenant des billes de 5 mm. L'écoulement formé par l'unique

orifice d'alimentation est cassé dans un premier temps par une plaque perforée, puis le jet est homogénéisé par le diffuseur qui, par sa constitution, a pour objectif d'uniformiser l'écoulement dans toute la section de la cellule. Chaque diffuseur est recouvert d'une toile de tamis d'ouverture de l'ordre de $100\ \mu\text{m}$. L'échantillon granulaire utilisé repose sur la toile du diffuseur du bas.

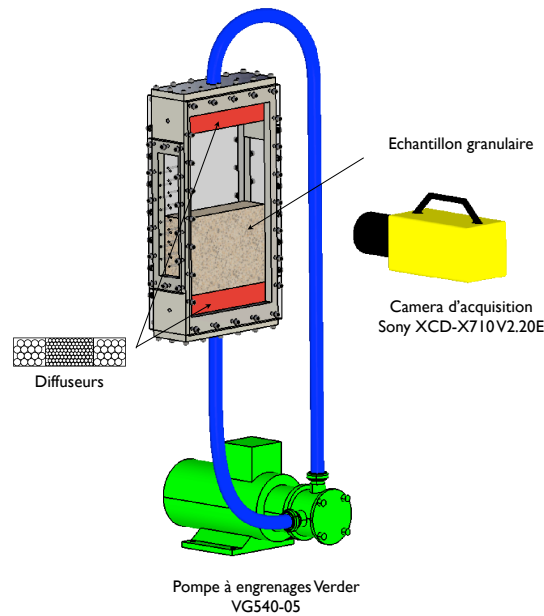


FIGURE 4.28 – Schéma représentatif du dispositif expérimental.

Une camera rapide (Photron SA3, résolution 1024×1024 pixels, fréquence maximale d'acquisition $2000\ i/s$), fixée sur un trépied réglable, est placée devant le dispositif. Elle est équipée d'un objectif permettant de visualiser et filmer la totalité de l'échantillon granulaire durant chaque expérience. Afin d'avoir un contraste suffisant, la cellule est éclairée par deux projecteurs d'une puissance de $100\ \text{mW}$. La pompe d'alimentation du dispositif est une pompe à engrenages (Verder VG540-05), commandée en fréquence de rotation grâce à un variateur (Digidrive - Leroy Somer). Une courbe d'étalonnage de la pompe permet entre autres de mesurer le débit de l'écoulement imposé en entrée pour une fréquence donnée.

Conditions expérimentales

Les expériences ont été réalisées avec trois différents types de sable d'Hostun, référencés sous le nom de HN 34, HN31 et HN0.4-0.8. Seuls les résultats obtenus avec le sable HN31 sont présentés ici. Le sable d'Hostun est un sable silicieux avec une densité volumique de $2650\ \text{kg.m}^{-3}$. Le diamètre moyen donné par le fabricant (Sibelco) pour les échantillons granulaires utilisés sont respectivement pour HN34, HN31 et HN0.4-0.8 de $205\ \mu\text{m}$, $365\ \mu\text{m}$ et $597\ \mu\text{m}$. Une certaine masse m de sable sec est introduit par pluviation dans la cellule, au préalable remplie aux deux tiers d'eau. Le dessus de la

cellule, auquel est fixé le diffuseur du haut, aura été démonté avant la pluviation du sable. La cellule est ensuite refermée et totalement remplie en eau, puis l'échantillon est fluidisé par un écoulement ascendant d'intensité largement supérieure au seuil de fluidisation. L'écoulement est coupé progressivement pour pouvoir obtenir une surface plane à l'interface. Cette phase de redéposition de la suspension particulaire par sédimentation est lente car la fréquence de la pompe décroît progressivement suivant une rampe. Pour obtenir un échantillon granulaire plus dense, plusieurs coups de maillets ou secousses sont donnés sur la cellule. Connaissant la masse de sable introduite, sa densité et les dimensions de la cellule, la mesure de la hauteur de l'échantillon est suffisante pour déterminer la fraction volumique de l'empilement initiale. In fine, on dispose d'une large gamme de variation de la fraction volumique initiale. Par exemple, de 0.52 à 0.62 pour le sable HN31.

Une fois l'échantillon granulaire mis en place, un écoulement du bas vers le haut à débit contrôlé à l'aide du variateur de fréquence de la pompe est imposé jusqu'à obtenir une déstabilisation globale de l'empilement. Durant toute la phase du transitoire qui précède le régime stationnaire, la caméra enregistre la séquence d'images avec une fréquence adaptée en fonction de la durée du phénomène que l'on souhaite visualiser.

Résultats expérimentaux

L'étude expérimentale de la dynamique de croissance de la zone fluidisée dans un empilement granulaire immergé initialement statique vers un état totalement fluidisé stationnaire a permis de mettre en évidence le rôle primordial que joue la fraction volumique de départ sur le mode déstabilisation par fluidisation. On a pu constater que la dynamique des grains était très différente selon l'état initial de densité du matériau comme cela est illustré sur la Figure 4.29. Ici, on observe ainsi qu'un empilement lâche se fluidise rapidement, en quelques secondes, depuis la zone d'injection jusqu'au sommet de la couche granulaire, de façon turbulente et très chaotique, mais avec, en moyenne, une dilation d'ensemble assez régulière. Les fluctuations se calment progressivement et la surface supérieure se stabilise mais continue de croître très lentement jusqu'à atteindre un état fluidisé final et stationnaire. A l'inverse, le même matériau dans un état dense se déstabilise de façon très différente. On observe un mouvement ascendant de l'ensemble, sans déformation dans le matériau, et seule la surface inférieure se déstabilise progressivement libérant ainsi une pluie de grains qui viennent au fur et à mesure alimenter la zone fluidisée qui se forme en partie basse. La taille de la couche de grains ascendante en mouvement de translation solide diminue régulièrement tandis que la couche fluidisée, elle, augmente. On observe entre ces deux couches, une zone de très faible concentration en grains. La taille de cette zone dépourvue de grains croît très rapidement et son évolution peut être facilement analysée à partir d'un diagramme spatio-temporel du type que celui reporté à la Figure 4.29.

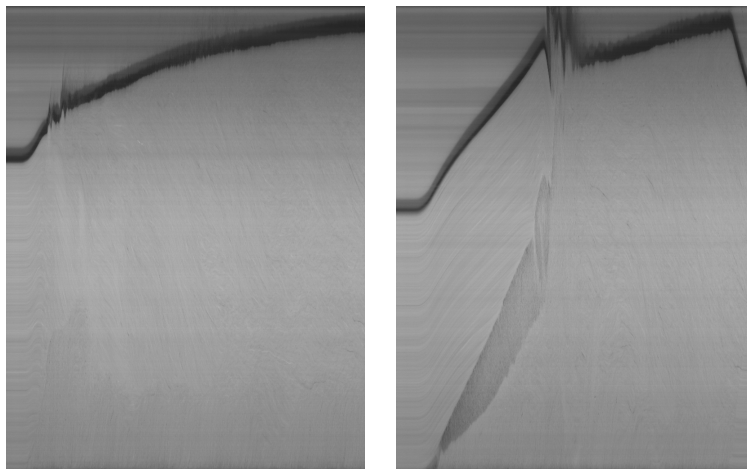


FIGURE 4.29 – Diagrammes spatio-temporels typiques obtenus lors de la phase transitoire de déstabilisation par fluidisation homogène d'un empilement de sable initialement lâche (à gauche) ou dense (à droite).

Sur la Figure 4.30, comme on peut le voir, les vitesses des surfaces supérieure et inférieure de la couche solide, notées respectivement V_{hs} et V_{bs} , ont toutes les deux une dépendance linéaire à la vitesse de fluidisation, la seconde étant plus élevée que la première du fait de l'érosion de la couche solide par sa base. Ce processus d'érosion ne peut se poursuivre jusqu'à son terme (i.e. disparition complète de la couche ascendante solide), car le système devient instable et se fluidise alors brutalement, de façon localisée et préférentiellement près des parois, de façon un peu analogue à l'ouverture d'une fracture et donnant lieu à des fluctuations importantes au niveau de la surface supérieure. La fluidisation se stabilise alors et la surface supérieure de la suspension granulaire augmente lentement jusqu'à l'état final, rejoignant ainsi aux temps longs le comportement de l'empilement initialement lâche.

A notre connaissance, cette différence de comportement très marquée au cours du régime transitoire n'avait pas jusqu'alors été reportée dans la littérature. Nous pensons qu'elle peut s'expliquer par le caractère dilatant du comportement volumique du sable, en relation directe avec l'état initial du matériau exprimé principalement en terme de fraction volumique. En effet, d'un point de vue mécanique, le mécanisme de déstabilisation est induite par un déséquilibre des forces de contact induit par l'écoulement sur les grains dépassant le poids apparent de l'empilement granulaire. Cependant, cette condition est nécessaire mais pas suffisante pour qu'il y ait fluidisation avec des déplacements relatifs importants entre grains à l'intérieur du matériau. En effet, le milieu peut tout aussi bien, sous l'effet de la résultante des forces, conserver un comportement de corps solide et donc décoller verticalement. Or pour qu'il y ait fluidisation du matériau dans le cas dense, il faut au préalable un mécanisme de désenchevêtrement entre grains dans l'empilement granulaire. Ceci génère une dilatance, c'est-à-dire une augmentation du volume du matériau

occasionnée par la sollicitation appliquée. Mais ici, la dilatance du matériau initialement dense se trouve fortement entravée par le confinement imposé par les parois latérales et on observe donc un décollage vertical du matériau. Cependant, l'interface du bas de l'empilement granulaire est intrinsèquement instable [1]. En effet, un grain s'écartant de la couche de la couche granulaire, voit la porosité locale fortement augmentée et, en contre partie, la vitesse du fluide diminuée dans les mêmes proportions. La force de traînée se trouve nettement réduite et, le poids l'emporte, le grain poursuit alors son mouvement de sédimentation. Autrement dit, on observe une onde de porosité qui se déplace du bas vers le haut avec une célérité V_{bs} et ayant pour effet de décompacter l'empilement initialement dense avant la phase ultime de fluidisation.

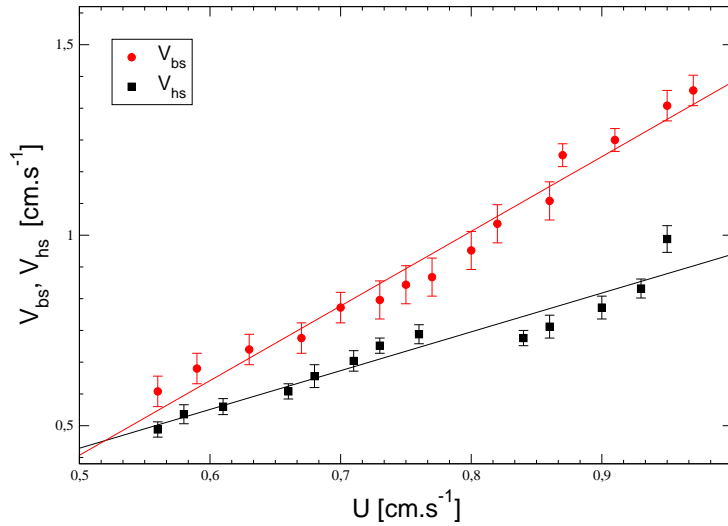


FIGURE 4.30 – Vitesses V_{hs} (surface supérieure de la couche ascendante solide) et V_{bs} (surface inférieure) en fonction de la vitesse moyenne de fluidisation $U = Q/S$ (où Q est le débit d'injection imposé par la pompe et S la section de la cellule). Les vitesses V_{hs} et V_{bs} peuvent être approchées respectivement par les droites : $V_{hs} = 1.018 U - 0.0682$ et $V_{bs} = 1.960 U - 0.557$.

L'influence de l'épaisseur transverse de la cellule présentée sur la Figure 4.31. On voit que, à travers cette épaisseur, c'est en fait le confinement géométrique et les chaînes de forces internes perpendiculaires à direction de la gravité qui ont un effet stabilisateur, par effet d'arches, sur la célérité de l'onde de porosité qui se trouve diminuer lorsque le confinement augmente.

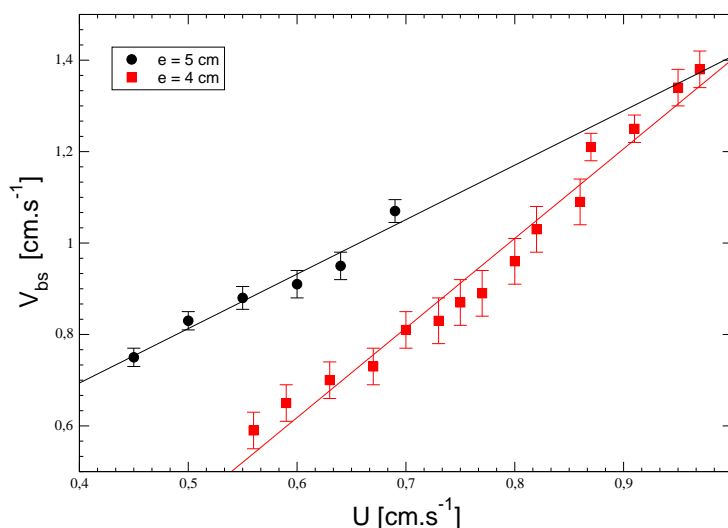


FIGURE 4.31 – Influence de l'épaisseur de la cellule ($e = 4 \text{ mm}$ et $e = 5 \text{ mm}$) sur la vitesse V_{bs} de la surface inférieure en fonction de la vitesse moyenne de fluidisation U . La célérité de l'onde de porosité peut être approchée par les droites : $V_{bs} = 1.960 U - 0.557$ pour $e = 4 \text{ mm}$ et $V_{bs} = 1.191 U + 0.218$ pour $e = 5 \text{ mm}$.

A partir des vitesses V_{hs} et V_{bs} de la surface supérieure de la couche ascendante solide et inférieure, on peut définir la vitesse d'érosion de la masse de sable V_ε correspondant :

$$V_\varepsilon = (V_{bs} - V_{hs}) \quad (4.13)$$

avec V_ε est la célérité de l'onde de porosité définie cette fois dans le référentiel du bloc solide de grains.

Au vu des premiers résultats présentés sur la Figure 4.32, la vitesse d'érosion de masse V_ε semble à peu près constante quelque soit la vitesse de fluidisation de l'écoulement.

Dans la situation plus classique où une variation brutale de la vitesse de fluidisation U fait passer un lit fluidisé d'un état stationnaire à un autre, des lois théoriques [?] existent pour décrire les variations de hauteurs correspondantes. Elles ont pu être testées dans le cas spécifique qui nous intéresse ici mais ne peuvent pas rendre correctement des résultats obtenus. En revanche, la relation entre la vitesse et la fraction volumique ϕ occupée par les particules décrite par la loi de Richardson-Zaki a été vérifiée expérimentalement comme le montre la Figure 4.33. Cette loi prédit $U/U_t = (1 - \phi)^n$ où U_t est une vitesse caractéristique parfois interprétée comme la vitesse de sédimentation d'un grain seul. La valeur de l'exposant n est souvent donnée par la loi empirique : $\frac{4.8-n}{n-2.4} = 0.043 Ar^{0.57}$ [1]. On voit que celle-ci est en bon accord avec l'exposant issus des résultats expérimentaux puisque, d'après la Figure 4.33, on obtient respectivement $n = 3.8$ et $n = 3.64$ pour une vitesse terminale de chute d'une particule isolée de $U_t \approx 2.48 \text{ cm.s}^{-1}$.

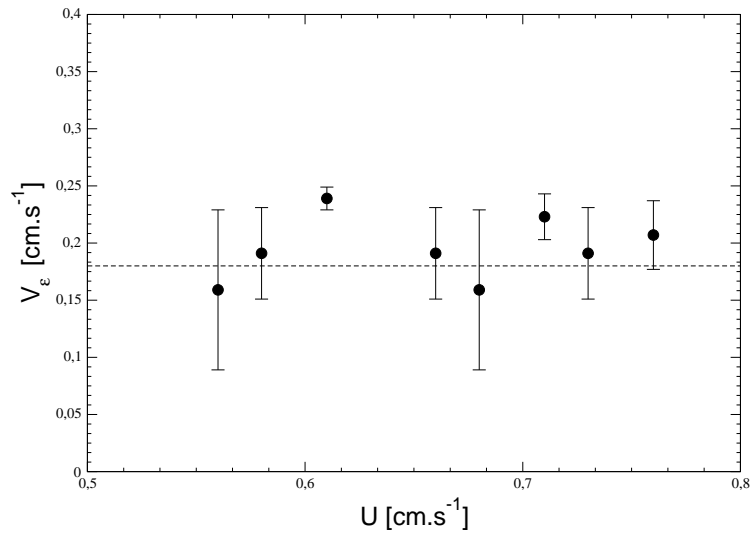


FIGURE 4.32 – Vitesse d'érosion de masse V_ε déduit des valeurs de vitesses V_{hs} et V_{bs} mesurées lors des essais préliminaires.

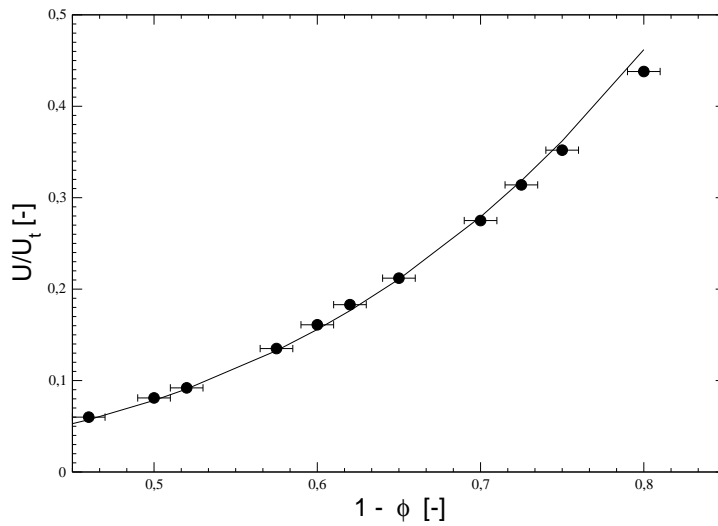


FIGURE 4.33 – Résultats expérimentaux de la fraction volumique ϕ occupée par les grains en fonction de la vitesse de fluidisation U de l'écoulement. Une approximation de cette variation est donnée par la loi de Richardson-Zaki de la forme $U/U_t = (1 - \phi)^{3.64}$ avec $U_t \approx 2.48 \text{ m.s}^{-1}$.

4.4.2 Etude numérique

Cette section est consacrée à la simulation numérique des suspensions granulaires fluidisées denses. On s'intéresse ici à la dynamique de déstabilisation d'un empilement granulaire immergé par fluidisation en régime dense pour lequel on a observé expérimentalement aux premiers instants la propagation d'une instabilité de type onde de porosité dans la suspension. Le cas de suspensions fluidisées lâches ne sera pas abordé dans cette étude. En fonction des caractéristiques des grains (taille et densité) et du fluide (densité et viscosité) on s'intéressera à la vitesse de propagation V_{bs} de la surface inférieure du front ascendant de décompaction de la suspension granulaire.

Procédures de simulation

Les simulations ont été réalisées sur les assemblages granulaires SPL06 et SPL10 contenant respectivement $N = 3096$ et $N = 5000$ grains, de hauteurs initiales d'empilement différentes (voir Tableau 4.1) et de fraction volumique de départ quasi-identique $\phi_0 = 0.82$. Deux types de fluide de viscosités cinématiques respectives $\nu_f = 2.0 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ et $\nu_f = 5.0 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ont été simulés. Pour chaque simulation, on impose une vitesse d'écoulement U nettement supérieure au seuil de fluidisation, à la base de la couche granulaire maintenue constante durant toute la durée de la simulation de 10 s. La masse volumique des grains est prise égale à $\rho_s = 2500 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ et celle du fluide à $\rho_f = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$. La taille de l'injection maximale d_{imax} est très légèrement inférieure à la largeur L de la couche des grains ($d_{imax}/L = 0.998 \approx 1$). Les paramètres de simulations utilisés pour l'étude de la fluidisation uniforme d'un empilement granulaire dense sont les mêmes que celles déjà présentées dans le Tableau 4.2.

Résultats numériques

La Figure 4.34 montre l'évolution au cours du temps de la hauteur du lit dense fluidisé pour différentes vitesses de fluidisation. En effet, la hauteur du lit fluidisé augmente linéairement au cours du temps jusqu'à atteindre un état stationnaire caractérisé par la hauteur maximale du lit H_f . C'est pendant la phase transitoire que l'on observe la propagation d'une instabilité de type onde de porosité de la base vers le sommet de l'empilement granulaire conformément aux observations expérimentales (voir Figure 4.29), mais toutefois sur la Figure 4.34, on n'observe pas de phase d'expansion lente aux temps longs comme sur la Figure 4.29. La hauteur maximale H_f est atteinte directement à la fin du régime transitoire. Cette valeur H_f augmente avec l'augmentation de la vitesse de fluidisation.

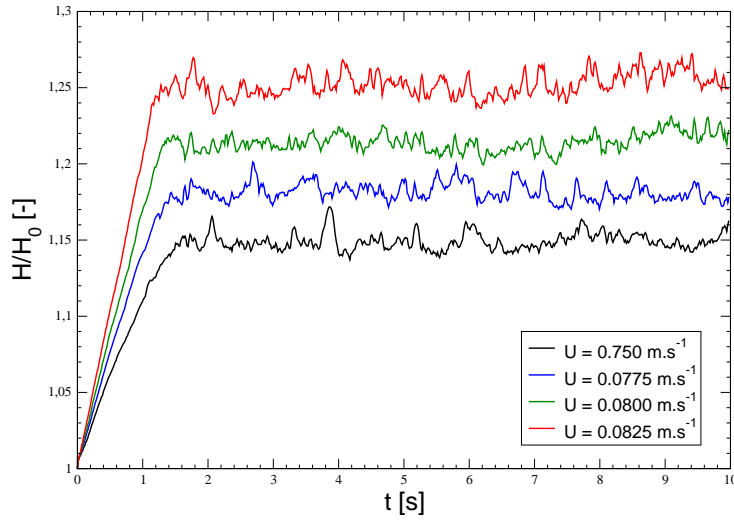


FIGURE 4.34 – Evolution de la hauteur du lit fluidisée au cours du temps pour différentes vitesses de fluidisation. Résultats numériques obtenus avec une viscosité de $2.0 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ et un empilement de hauteur initiale $H_0 = 53.8 \text{ mm}$.

La courbe $H_f/H_0 = f(U)$ est représentée sur la Figure 4.35. La hauteur du lit fixe, pour une vitesse nulle, est de 0.0858 m soit la hauteur d'empilement initiale H_0 . On y retrouve bien deux parties correspondant aux phases successives du processus de fluidisation homogène d'un empilement granulaire dense immergé. Un régime de lit fixe où aucune variation de la hauteur du lit n'est observée jusqu'à $U = 0.0650 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Un régime de lit fluidisé à partir de $U = 0.06750 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, dans lequel la hauteur du lit augmente progressivement avec la vitesse de l'écoulement.

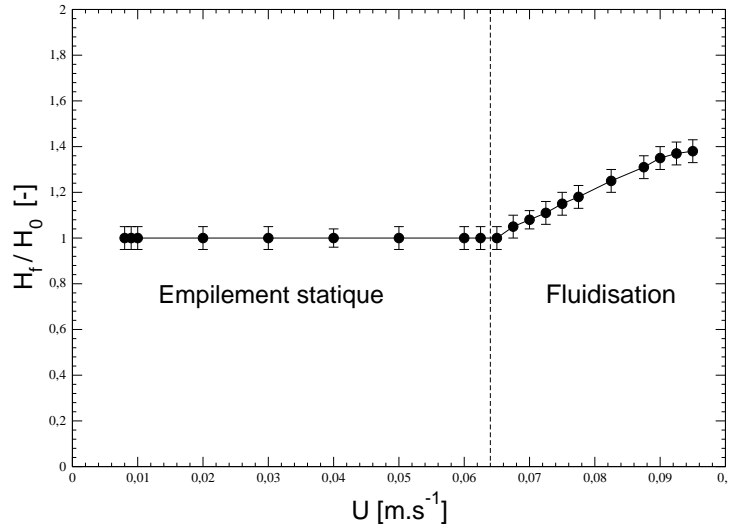


FIGURE 4.35 – Evolution de la hauteur maximale du lit fluidisé H_f adimensionnée par la hauteur d'empilement initial H_0 en fonction de la vitesse de fluidisation U . La viscosité du fluide est $2.0 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$.

La variation de la compacité ϕ occupée par les particules en fonction de la vitesse de fluidisation U imposée par l'écoulement est représentée sur la Figure 4.36. Cette variation est compatible avec une loi du type Richardson-Zaki : $U = U_t (1 - \phi)^n$, où $U_t \approx 0.183 \text{ m.s}^{-1}$ est la vitesse de sédimentation d'une particule isolée et où l'exposant n vaut environ 1.43. C'est une valeur nettement inférieure à la loi usuelle de Richardson-Zaki mais qui est très vraisemblablement due au fait que la modélisation proposée est bidimensionnelle.

Pour obtenir la vitesse caractéristique U_t , appliquons la relation analytique proposée dans la section 4.2 :

$$Re_{th}^2 C_D(Re_{th}) = \frac{\pi}{2} Ar_h$$

où Re_{th} est le nombre de Reynolds défini par rapport à la vitesse de chute terminale d'une particule seule. Dans la modélisation 2D, cette particule a en fait un diamètre réduit $d_h = R_h d$ défini à partir du rayon hydraulique R_h . Ainsi, toutes les grandeurs sans dimensions seront définies par rapport au diamètre hydraulique d_h et seront notés avec l'indice h . Le nombre d'Archimède est alors défini comme $Ar_h = R_h^3 (g d^3 (\rho_p - \rho_f)) / \nu^2$. Le rayon hydraulique étant $R_h = 0.8$, le nombre d'Archimède Ar_h vaut environ 15000. Avec la loi empirique $C_D(Re) = f(Re) = 0.355 \exp(3.98 Re^{-0.24})$ trouvée au Chapitre 2, on résout alors l'équation (4.4.2) et on trouve une valeur de $Re_{th} \approx 141$ ce qui correspond à une vitesse terminale de chute $U_t = (\nu Re_{th}) / R_h d \approx 0.176 \text{ m.s}^{-1}$. Cette vitesse terminale de chute est en très bon accord avec celle obtenue avec la simulation numérique.

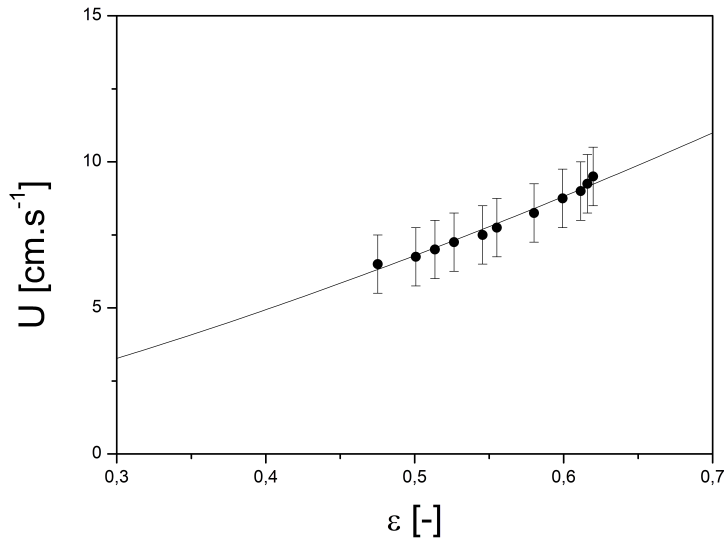


FIGURE 4.36 – Résultats numériques de la variation de la fraction volumique ϕ occupée par les grains en fonction de la vitesse de fluidisation U pour un empilement dense de hauteur initiale $H_0 = 0.0858$ m et une viscosité du fluide de $2.0 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$. La courbe correspond à la loi $U/U_t = (1 - \phi)^n$ avec $U_t = 0.183 \text{ m.s}^{-1}$ et $n = 1.43$.

Les résultats numériques des vitesses V_{hs} et V_{bs} ainsi que la vitesse d'érosion de masse V_ε obtenus sont présentés sur les Figures 4.37 et 4.38. Ainsi, comme l'on pouvait s'y attendre au regard des résultats expérimentaux, on constate que la vitesse de la surface supérieure de la couche de grains solide ascendante V_{hs} et celle de la surface inférieure V_{bs} de l'onde de porosité augmente linéairement avec la vitesse de fluidisation. On retrouve bien églement que la célérité de l'onde de porosité V_ε est approximativement constante quelque soit la vitesse de fluidisation de l'empilement.

Les résultats d'expériences et numériques de l'étude du régime transitoire de fluidisation homogène d'un milieu granulaire immergé sont plutôt en bon accord qualitatif général. Ces résultats obtenus ont mis en évidence une observation originale de l'impact très fort de la densité initiale d'un empilement granulaire initialement statique sur le régime transitoire de fluidisation.

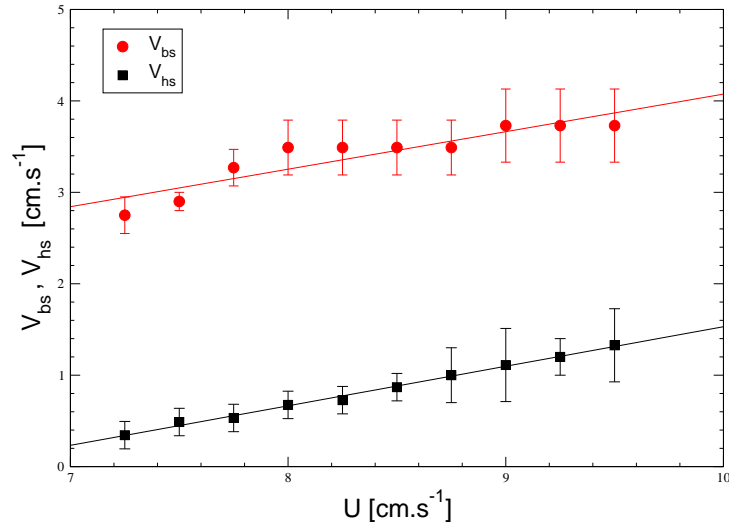


FIGURE 4.37 – Vitesses V_{hs} (surface supérieure de la couche ascendante solide) et V_{bs} (surface inférieure) en fonction de la vitesse de fluidisation U pour un empilement dense de hauteur initiale $H_0 = 0.0858$ m et une viscosité du fluide de $2.0 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$. Les vitesses V_{hs} et V_{bs} peuvent être approchées par des droites : $V_{hs} = 0.433 U - 2.795$ et $V_{bs} = 0.410 U - 0.030$.

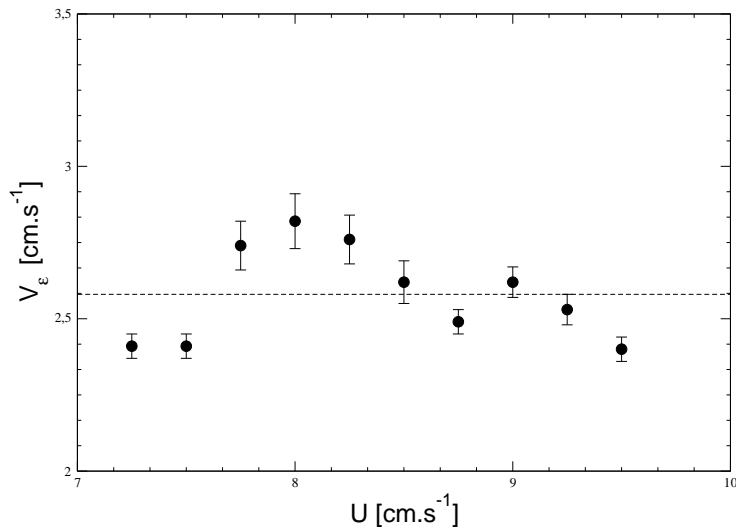


FIGURE 4.38 – Vitesse d'érosion de masse V_ϵ déduit des valeurs de vitesses V_{hs} et V_{bs} obtenus par simulations numériques.

4.5 Interaction entre deux cavités

Dans cette partie, nous présentons les résultats des expériences et des simulations numériques de l'étude du régime transitoire de l'interaction entre deux cavités fluidisées en fonction de l'espacement δ imposé entre les deux buses d'injection. Ces résultats ont fait l'objet d'une publication dans [207].

4.5.1 Résultats expérimentaux

Comme cela a été présenté au chapitre 3, le dispositif expérimental permet plusieurs choix pour l'écartement : δ_0 , $2\delta_0$, $3\delta_0$, $4\delta_0$, $5\delta_0$, $6\delta_0$, $7\delta_0$ et $8\delta_0$ avec $\delta_0 = 30 \text{ mm}$. Deux buses sont ouvertes simultanément lors de chaque expérience. Dans ces expériences, le diamètre d'injection est égal à $d_i = 12 \text{ mm}$ et le débit Q correspond au débit total injecté à travers les deux buses ouvertes. De plus, nous avons travaillé avec deux valeurs différentes de l'espacement entre les buses d'injection δ_0 et $6\delta_0$ pour une hauteur initiale $H_0 = 16.7 \pm 0.1 \text{ cm}$ de l'empilement ce qui correspond à une masse $M = 9 \text{ kg}$ de billes de verre en borosilicate de 3 mm et une fraction volumique de départ $\phi_0 = 0.56 \pm 0.02$.

A notre connaissance, mis à part les travaux préliminaires de Philippe et Badiane [13] présentés au chapitre 3, il y a très peu de données expérimentales et numériques disponibles sur l'étude du transitoire d'interaction entre deux zones localement fluidisées et seuls les travaux sur les lits en jaillissement encore appelés spouted beds, peuvent ici être cités [194; 14; 15; 193; 196].

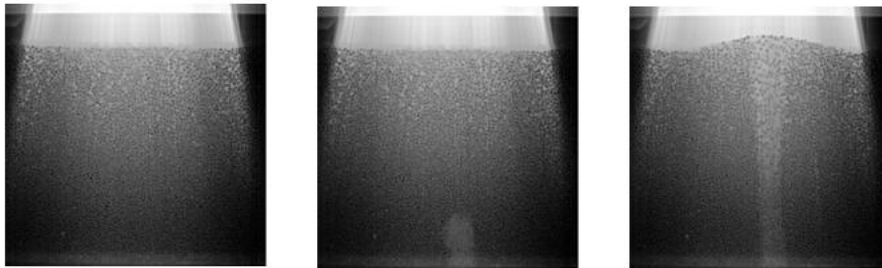


FIGURE 4.39 – Illustration des trois régimes de fluidisation observés. Ces résultats ont été obtenus avec un empilement constitué de grains de 3 mm de diamètre, une hauteur initiale $H_0 = 16.7 \pm 0.1 \text{ cm}$ et un diamètre d'injection $d_i = 12 \text{ mm}$. Les débits seuil d'apparition d'une cavité fluidisée et d'une cheminée fluidisée sont respectivement $Q_{cav} \approx 32 \text{ cm}^3.\text{s}^{-1}$ et $Q_c \approx 48 \text{ cm}^3.\text{s}^{-1}$.

En premier lieu, nous nous sommes intéressés au cas de la fluidisation localisée d'une couche de grains immergée avec une seule source. Pour ces expériences, nous avons travaillé essentiellement avec la buse située tout au centre de la cellule. Pour un débit Q d'écoulement donné, nous déterminons le temps caractéristique t_0 de croissance de l'instabilité hydromécanique de fluidisation qui se crée au niveau de la buse d'injection et se propage au sein de la structure granulaire jusqu'à la surface du lit. Trois régimes ont été mis en évidence en fonction du débit Q : un régime poreux fixe, un régime de cavité

fluidisée et un régime de cheminée fluidisée. La Figure 4.39 présente les trois états stationnaires par lesquels passe successivement le système selon la valeur du débit d'injection. Le taux d'expansion défini à partir du temps t_0 et la hauteur initiale H_0 de l'empilement, $V_0 = H_0/t_0$, est présenté sur la Figure 4.40.

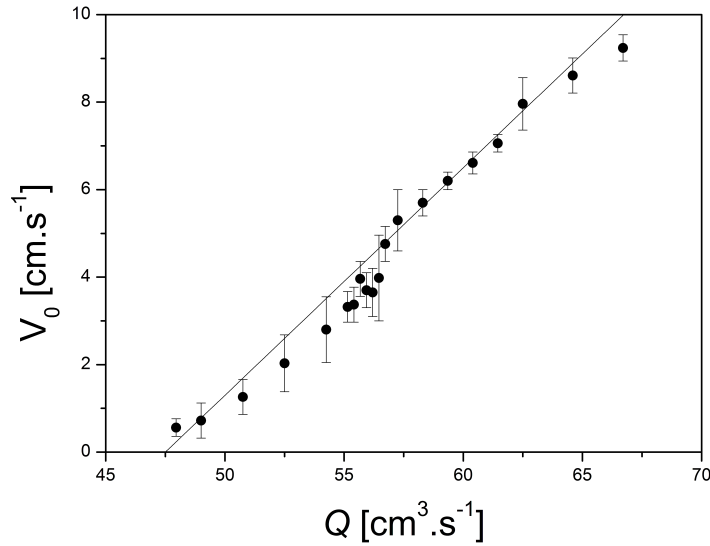


FIGURE 4.40 – Evolution du taux d'expansion caractéristique $V_0 = H_0/t_0$ en fonction du débit d'injection Q pour une seule buse d'injection. La courbe $V_0 = f(Q)$ peut être approchée par la droite : $V_0 = 0.52 (Q - Q_c^{1b})$ avec $Q_c^{1b} = 47.5 \text{ cm}^3.\text{s}^{-1}$.

Dans la situation où nous n'avons plus une unique injection mais deux buses d'injection, la dynamique de déstabilisation de la structure interne de l'empilement n'est plus la même que celle observée précédemment. En effet, les expériences ont montré que selon l'écartement imposé par les deux buses, deux cavités fluidisées suffisamment éloignées l'une de l'autre, $\delta_1 = 6 \delta_0$, présentent chacune un comportement individuel similaire au cas d'une injection unique, sans interaction visible entre elles. A l'inverse, pour un écartement plus faible, $\delta_2 = \delta_0$, le régime transitoire est fortement perturbé : les cavités fluidisées créées au niveau de chaque buse d'injection s'attirent mutuellement jusqu'à fusionner entre elles pour ne donner au final qu'un seul conduit de cheminée. Cela est illustré à les Figures 4.41 et 4.41 pour les deux écartements δ_1 et δ_2 avec un empilement de billes de 3 mm , de hauteur initiale $H_0 = 16.7 \pm 0.1 \text{ cm}$ et pour un débit Q choisi un peu au-dessus du seuil d'apparition d'une unique cheminée fluidisée.

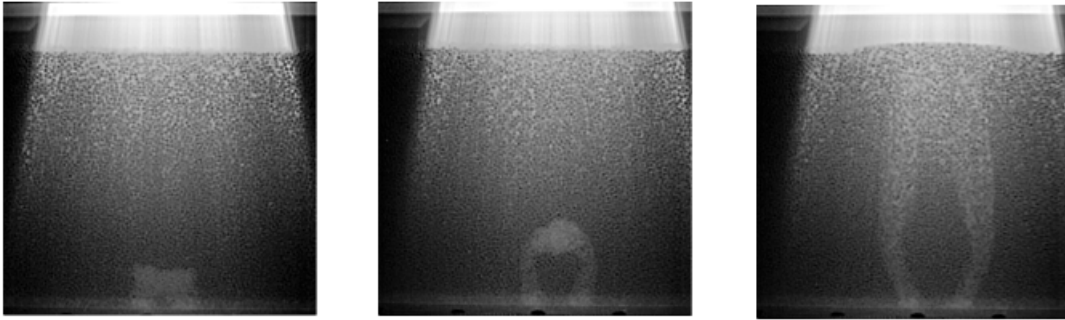


FIGURE 4.41 – Illustration des étapes successives de la fluidisation d'un empilement immergé de billes de 3 *mm* et de hauteur initiale $H_0 = 16.7 \pm 0.1$ *cm* par injection à travers deux buses séparées d'une distance δ et pour un débit constant Q sélectionné au-dessus du seuil d'apparition d'une cheminée fluidisée : $\delta = 30$ *mm*.

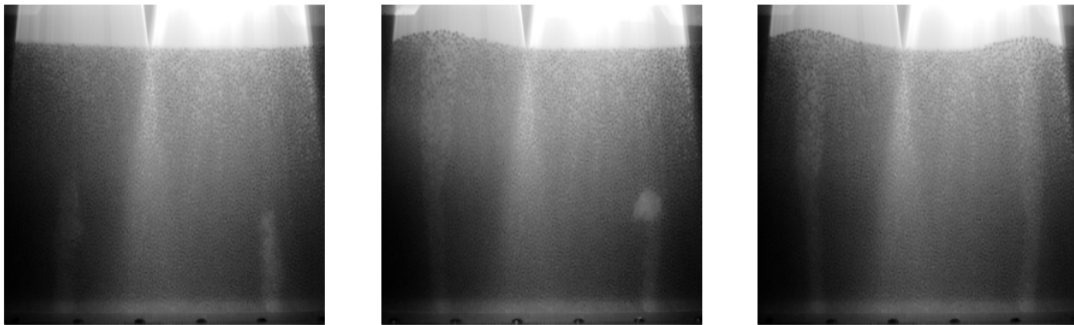


FIGURE 4.42 – Illustration des étapes successives de la fluidisation d'un empilement immergé de billes de 3 *mm* et de hauteur initiale $H_0 = 16.7 \pm 0.1$ *cm* par injection à travers deux buses séparées d'une distance δ et pour un débit constant Q sélectionné au-dessus du seuil d'apparition d'une cheminée fluidisée : $\delta = 180$ *mm*.

La répartition de l'écoulement à travers chaque buse se fait par l'intermédiaire d'une nourrice de distribution. On fait l'hypothèse que le débit total Q injecté à travers les deux buses ouvertes est uniformément répartie : $Q \approx 2Q_i$, avec Q_i le débit à travers chaque buse. L'évolution du taux d'expansion de l'instabilité hydromécanique V_0 en fonction du débit total Q injecté est présenté sur la Figure 4.44. En pratique, le débit d'injection Q_i à travers chaque buse n'est pas toujours le même car il dépend en effet de la résistance hydraulique rencontrée par l'écoulement au sortir de l'injection. Or cette résistance diminue lorsque la zone fluidisée s'étend vers le haut. Ainsi, dans certains cas, si une cheminée se crée en premier, le débit à travers l'autre buse se trouve diminuer et cela ralentit, voire bloque, l'expansion de la seconde cheminée comme on peut le voir sur la Figure 4.43 .

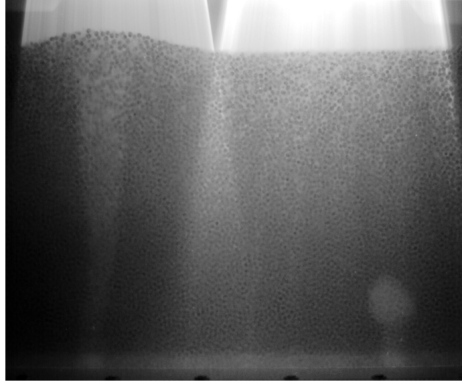


FIGURE 4.43 – Illustration de la situation pour laquelle l'on observe une cheminée fluidisée et une cavité fluidisée au cours de la fluidisation d'un empilement immergée de hauteur initiale $H_0 = 16.7 \pm 0.1 \text{ cm}$ par injection à travers deux buses séparées d'une distance δ et pour un débit constant Q sélectionné au-dessus du seuil d'apparition d'une cheminée fluidisée : $\delta = 180 \text{ mm}$.

De façon plus quantitative, dans la configuration expérimentale correspondant aux Figures 4.41 et 4.42, on trouve par extrapolation des droites sur la Figure 4.44 pour les deux écartements δ_0 et $6\delta_0$ des seuils d'apparition de cheminée fluidisée $Q_{ch}^{2b}(\delta_0) \approx 47.5 \text{ cm}^3.s^{-1}$ et $Q_{ch}^{2b}(6\delta_0) \approx 67 \text{ cm}^3.s^{-1}$. Ces valeurs sont à comparer avec celle obtenue pour une seule buse d'injection qui vaut $Q_{ch}^{1b} \approx 47.5 \text{ cm}^3.s^{-1}$. On retrouve bien un débit seuil nettement supérieur à Q_{ch}^{1b} mais toutefois inférieure à deux fois cette valeur dans le cas où l'interaction est faible (i.e $\delta = 6\delta_0 = 180 \text{ mm}$). En revanche, lorsque les cavités fluidisées sont suffisamment proches l'une de l'autre pour pouvoir mettre ainsi en commun leurs écoulements, le seuil d'apparition d'une unique cheminée fluidisée reste quasi inchangé.

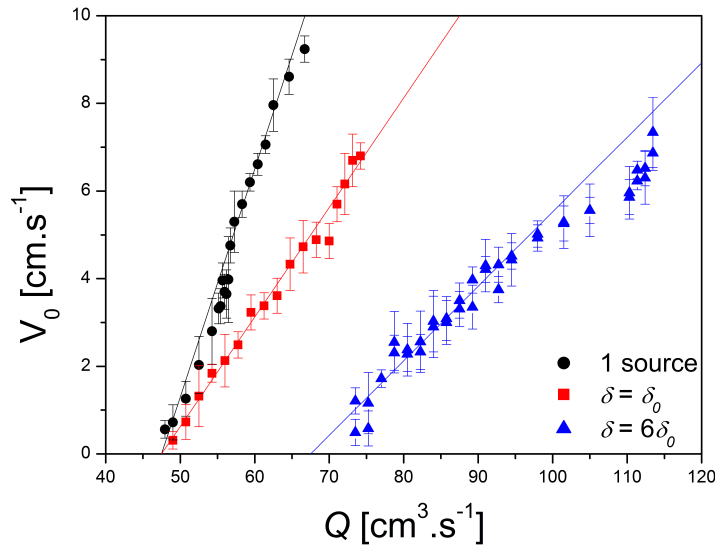


FIGURE 4.44 – Evolution du taux d'expansion caractéristique $V_0 = H_0/t_0$ en fonction du débit d'injection total Q pour deux valeurs δ_0 et $6\delta_0$ de l'écartement entre les buses d'injections simultanément ouvertes. Les courbes $V_0 = f(Q)$ peuvent être approchées par les droites : $V_0 = 0.25 (Q - Q_c^{2b}(\delta_0))$ avec $Q_c^{2b}(\delta_0) = 47.5 \text{ cm}^3.\text{s}^{-1}$ et $V_0 = 0.17 (Q - Q_c^{2b}(6\delta_0))$ avec $Q_c^{2b}(6\delta_0) = 67.5 \text{ cm}^3.\text{s}^{-1}$.

4.5.2 Résultats numériques

Une étude numérique exhaustive de l'interaction entre deux cavités fluidisées en fonction de leur écartement n'a pas pu être menée dans le cadre de ce travail. Seuls quelques résultats préliminaires sont présentés ici. Les paramètres de simulation sont reportés dans le Tableau 4.5. Le diamètre d'injection est fixé à $d_i = 14 \text{ mm}$. Quatre valeurs différentes de l'écartement δ entre les deux buses d'injection ont été utilisées : $\delta_1 = 14 \text{ mm}$, $\delta_2 = 28 \text{ mm}$, $\delta_3 = 56 \text{ mm}$ et $\delta_4 = 84 \text{ mm}$. Sur les Figures 4.45 et 4.46 sont présentées les étapes successives de la fluidisation d'un empilement de hauteur initial $H_0 = 85.8 \text{ mm}$ par injection à travers deux buses séparées d'une distance δ et pour une vitesse de l'écoulement constante U choisi au-dessus du seuil de fluidisation d'apparition d'une unique cheminée fluidisée. On retrouve bien la même phénoménologie que celle des expériences. Pour un écartement faible, les cavités interagissent entre elles pour ne former au final qu'une unique cheminée, et lorsque l'écartement δ devient plus important, elles ont un comportement individuel similaire au cas d'une injection unique.

Paramètres	Valeurs
Diamètres des grains	$1.6 - 2.4 \cdot 10^{-3}$
Densité du solide (kg/m^3)	2000
Pas de temps DEM (s)	$6.30 \cdot 10^{-6}$
Raideur au contact (N/m)	10^5
Coefficient de friction	0.3
Coefficient de restitution	0.2
Densité du fluide (kg/m^3)	1000
viscosité cinématique (m^2/s)	$1.0 \cdot 10^{-6}$
Pas d'espace (m)	$2.77 \cdot 10^{-4}$
Pas de temps LBM (s)	$1.27 \cdot 10^{-4}$
Rayon hydraulique R_h	0.7
Temps de relaxation τ	0.51
Domaine fluide $L \times H$	801×401
Gravité (m/s^2)	1.0
Durée de la simulation (s)	10

TABLE 4.5 – Paramètres de simulation DEM-LBM utilisés pour l'étude de l'interaction entre deux cavités fluidisées en fonction de leur écartement.

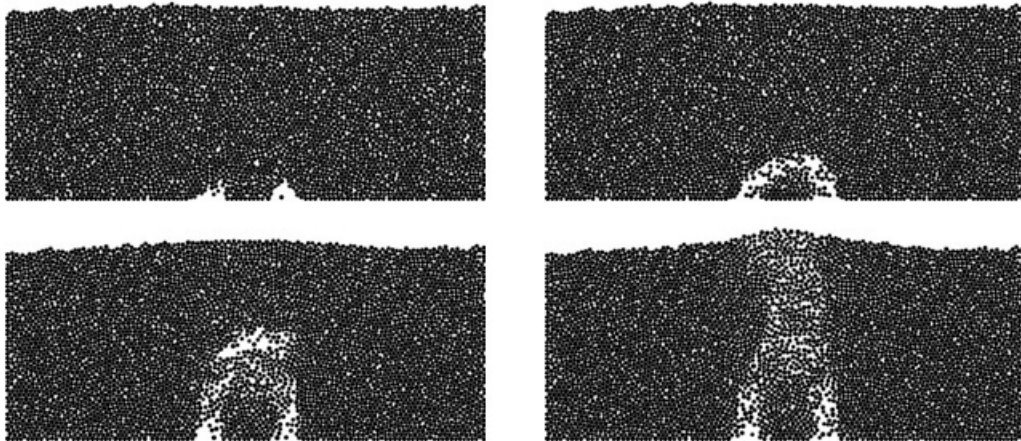


FIGURE 4.45 – Etapes successives de la fluidisation d'un empilement granulaire immergé de hauteur initiale $H_0 = 85.8 \text{ mm}$ par une injection localisée à travers deux buses séparées d'une distance $\delta = 28 \text{ mm}$ (diamètre d'injection $d_i = 14 \text{ mm}$) et pour un débit Q constant pris au-dessus du seuil critique d'apparition d'une cheminée fluidisée.

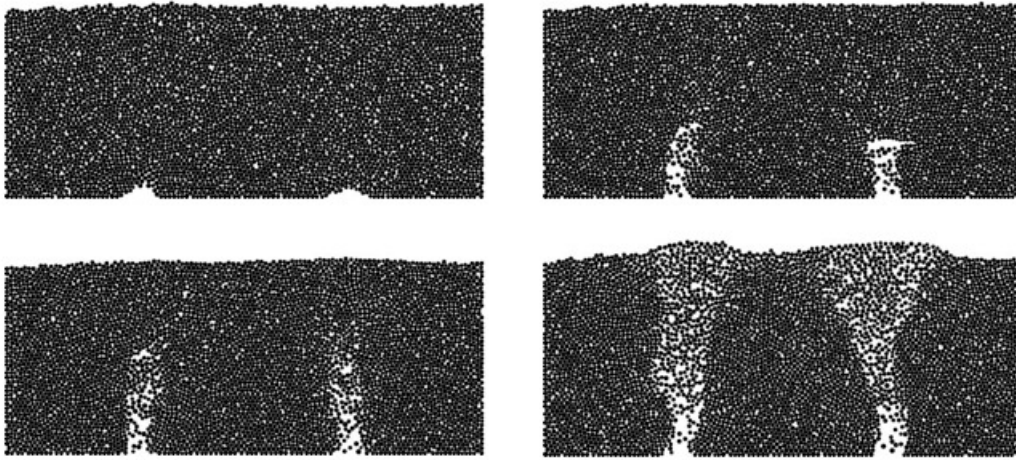


FIGURE 4.46 – Etapes successives de la fluidisation d'un empilement granulaire immergé de hauteur initiale $H_0 = 85.8 \text{ mm}$ par une injection localisée à travers deux buses séparées d'une distance $\delta = 84 \text{ mm}$ (diamètre d'injection $d_i = 14 \text{ mm}$) et pour un débit Q constant pris au-dessus du seuil critique d'apparition d'une cheminée fluidisée.

La Figure 4.47 présente le taux d'expansion $V_0^{2b}(\delta)$ de l'instabilité hydromécanique induite par interaction entre deux cavités fluidisées. Au vu de ces premiers résultats, la vitesse $V_0^{2b}(\delta)$ semble être à peu près proportionnelle à la vitesse de l'écoulement imposée. Notons cependant, que pour des vitesses importantes, on observe systématiquement l'apparition d'une cheminée fluidisée et il n'est plus facile de déterminer avec précision le taux d'expansion de l'instabilité.

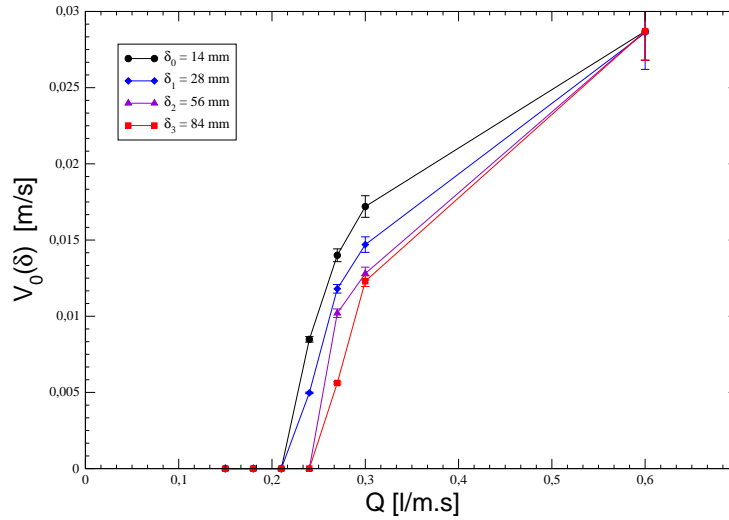


FIGURE 4.47 – Evolution du taux d'expansion V_0^{2b} en fonction du débit Q pour différentes valeurs de l'écartement δ : $\delta_0 = 14\text{ mm}$ (●), $\delta_1 = 22\text{ mm}$ (◆), $\delta_2 = 28\text{ mm}$ (▲) et $\delta_3 = 42\text{ mm}$ (■).

4.6 Discussion

4.6.1 Points d'accord du modèle

Les études expérimentale et numérique de la déstabilisation d'un milieu granulaire immergé par un écoulement interne ont permis de dégager plusieurs points d'accord importants entre elles.

Au cours des expériences, nous avons pu observé en fonction du débit trois régimes stationnaires : un régime statique où l'empilement granulaire s'apparente à un milieu poreux confiné, un régime de cavité fluidisée caractérisé par une fluidisation partielle au voisinage de l'injection et enfin un régime de cheminée fluidisée pour lequel on observe une fluidisation localisée dans un conduit de type cheminée à travers toute l'épaisseur de l'empilement au dessus de l'injection. Les résultats des simulations numériques sont en bon accord avec ces résultats expérimentaux : on retrouve en effet la même phénoménologie avec les trois régimes de fluidisation. De plus, ces résultats ont montré aussi bien numériquement qu'expérimentalement que la vitesse critique au seuil de fluidisation était proportionnelle à la hauteur initiale de l'empilement $U_c \propto H_0$.

Une étude numérique du régime transitoire de fluidisation localisée qui précède l'établissement d'une cheminée a été réalisée. Des mesures systématiques de la durée t_0 de ce régime transitoire ont été réalisées. On constate assez logiquement que le temps caractéristique t_0 d'apparition d'une cheminée fluidisée diverge lorsque U tend vers U_c par valeurs supérieures. Et cette divergence est compatible avec une loi de puissance de

la forme : $t_0(U) \propto \left(\frac{U}{U_c} - 1\right)^{-\alpha}$, avec l'exposant $\alpha \sim 0.6$. Cette même loi d'échelle a été proposée par Philippe et Badiane dans [13], mais cette fois-ci avec un exposant $\alpha \sim 1$. La loi d'échelle pour la vitesse critique U_c nécessite de tenir compte du fait que $C_D = f(Re)$. Cependant dans les expériences, la loi d'échelle est plus simple car elle correspond à la vitesse Stokes (pour le cas particulier $\gamma = -1$ dans l'Equation). Cette différence peut s'expliquer par le fait que dans les expériences, l'écoulement à travers le milieu granulaire est régi par la loi de Darcy car les nombres de Reynolds ne dépassent pas 10. Cette loi de Darcy dans le cadre de nos simulations numériques n'est plus applicable, car on travaille dans une gamme de nombres de Reynolds particulières plus large, entre 5 et 200, et la loi d'échelle pour U_c est plus complexe.

En ce qui concerne, le régime transitoire de fluidisation homogène, les résultats numériques sont là encore en bon accord avec les résultats expérimentaux. Nous avons pu mettre en évidence expérimentalement deux types de comportements dynamiques distincts, selon la fraction volumique initiale de l'empilement, avec des caractéristiques associées que les modèles théoriques ne prédisent pas pour l'heure. En effet, pour un empilement initialement lâche, on a observé au cours des expériences une fluidisation turbulente assez homogène tandis que, pour un empilement initialement dense, il y a un décollage en masse de l'empilement qui s'ajoute à la propagation d'une instabilité de type onde de porosité du bas en haut de l'empilement avec une cinétique assez rapide qui décompacte le milieu. Les résultats ont montré que la célérité de cette onde de porosité semble à peu près être constante quelque soit la vitesse de fluidisation. Les simulations numériques de la mise en suspension d'un milieu granulaire dense immergé sont en bon accord avec ces expériences. Comme on l'a vu, cette observation s'interprète par le fait que la dilatance du matériau dense est bloquée par le confinement géométrique imposé par les parois latérales.

Une étude numérique de l'effet d'hystérésis sur le régime de cavité fluidisée a également été menée. En effet, les résultats montrent la présence d'un effet d'hystérésis lorsque la cheminée préalablement fluidisée est lentement défluidisée par diminution de la vitesse de l'écoulement par paliers réguliers jusqu'à se placer largement en dessous du seuil critique. Une fois de plus on retrouve bien qualitativement la même phénoménologie que celle observée expérimentalement par Philippe et Badiane [13]. Cependant, on note le rôle clé de la viscosité du fluide sur l'existence de cet effet d'hystérésis. Celui-ci n'a été obtenu numériquement qu'avec des viscosités faible du fluide, ici par exemple $\nu_f = 2.010^{-6} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$, tandis que pour des viscosités plus importante (i.e $5.0 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$) on passe directement d'un régime statique à un régime de cheminée fluidisée. Par ailleurs, cet effet d'hystérésis reste beaucoup plus marqué dans les expériences que dans les simulations numériques.

4.6.2 Limitations de la modélisation liées aux choix de la géométrie 2D

Le choix de la géométrie bidimensionnelle de notre modélisation numérique est très vraisemblablement la source principale des quelques différences observées entre les résultats expérimentaux et ceux du modèle. Cependant, ce choix est pratiquement indispensable pour pouvoir s'assurer des temps de calculs réalistes qui sont ici de quelques jours pour un temps physique de simulation correspondant à 10 secondes. De plus, il se justifie de part la nécessité de travailler avec des échantillons granulaires macroscopiques contenant un nombre suffisamment élevé de grains. Du point de vue de la mécanique granulaire, cette géométrie 2D réduit les degrés de liberté accessibles par le système en limitant par exemple les réarrangements entre grains voisins. Du point de vue de l'hydraulique, l'injection du fluide à travers une section de petite de taille dans un plan, et non dans un volume, induit ainsi dans le modèle une diminution plus lente de la vitesse en s'éloignant de la source comparativement au cas réel. De plus, les conditions aux limites périodiques, imposées entre le haut et le bas du domaine, provoquent une refocalisation de l'écoulement à la sortie de la couche de grains car celui-ci va ensuite revenir en bas du domaine et repasser par buse d'injection où se fait le contrôle de la vitesse. Nous pensons que la combinaison de ces deux différences de comportements entre modélisation et expériences peuvent être à l'origine de l'accord uniquement partiel observé pour l'effet d'hystérésis et surtout du principal désaccord relevé lors de l'étude de l'influence du diamètre d'injection d_i . En effet, même si la gamme expérimentale de variation du diamètre d'injection testée reste limitée, l'influence de d_i y est quasi-inexistante là où le modèle prédit des variations relatives de plus de 100% pour la vitesse seuil de fluidisation. Cependant, en observant plus finement les cavités et cheminées obtenues pour les différents diamètres d_i utilisés dans l'étude numérique, on peut remarquer, comme cela est illustré sur les Figures 4.48 et 4.49, que le modèle prédit des variations plus faibles avec d_i pour la largeur des cheminées fluidisées stationnaires et aussi pour la taille de la tête de cavité au cours de sa phase d'expansion. Mis à part les cas où d_i tend vers L , ces dimensions évoluent moins vite que d_i (par exemple, elles ne sont absolument pas proportionnelle à d_i), particulièrement la tête de cavité qui, somme toute, ne varie que très peu avec d_i . Celles-ci semblent à chaque fois à peu près de l'ordre de 10 tailles de grains, soit environ 20 *mm*.

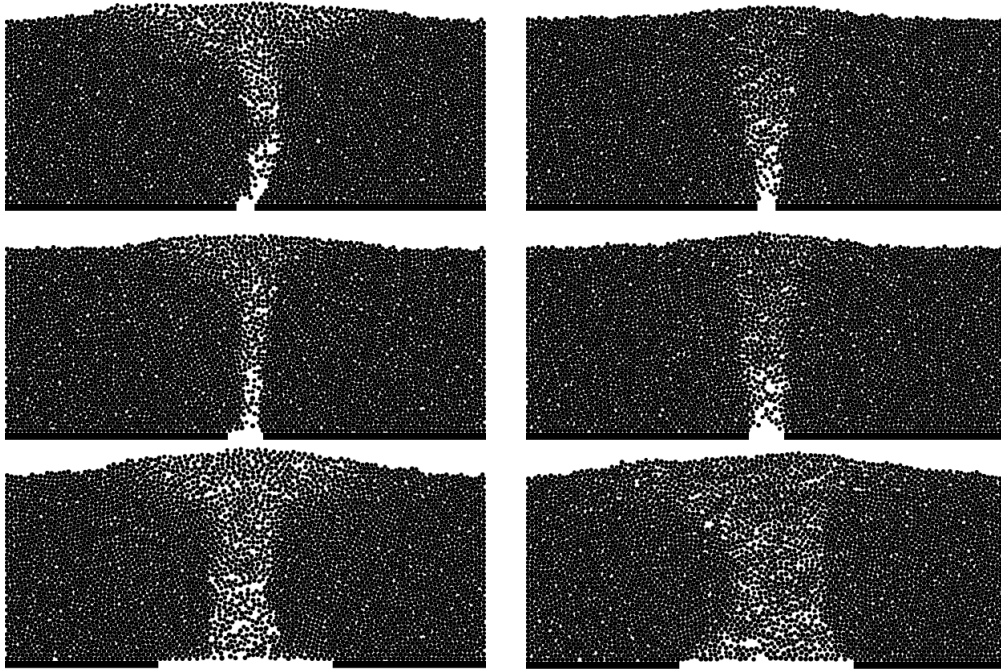


FIGURE 4.48 – Allures des cheminées fluidisées en régime stationnaires obtenues pour les viscosités du fluide $5.0 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$ (colonne de gauche) et $2.0 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$ (colonne de droite) pour des diamètres d'injections $d_i/L = 0.036$ (haut), $d_i/L = 0.072$ (milieu) et $d_i/L = 0.36$ (bas).

4.6.3 Influence du régime hydrodynamique de cavité

Les résultats numériques ont montré que l'obtention du régime stationnaire de cavité fluidisée n'était possible que pour une viscosité suffisamment faible. Par ailleurs, l'observation précise des régimes transitoires de fluidisation obtenus avec différentes valeurs de viscosité indique qu'il semble y avoir des mécanismes distincts lors de cette phase d'expansion de la zone fluidisée. Ainsi, comme on peut le voir sur la Figure ??, la cavité observée pour la viscosité du fluide $\nu_f = 5.0 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$ contient peu de particules en suspension et son expansion verticale semble provoquée par une poussée ascendante du fluide visqueux sur la couche granulaire supérieure. Celle-ci monte progressivement en générant ainsi des bandes de cisaillement inclinées et symétriques, partant des extrémités de la tête de la cavité et s'écartant de part et d'autre de l'axe vertical médian. On voit que, dès que la poussée est suffisante pour soulever la couche de grains, le mécanisme s'enclenche et va jusqu'à son terme, à savoir l'ouverture d'une cheminée fluidisée. Au contraire, avec une viscosité plus faible, $\nu_f = 2.0 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$, la cavité observée est remplie de grains en mouvement qui suivent les tourbillons de convection de l'écoulement fluide turbulent. C'est l'action de cette suspension convective et turbulente qui semble arracher progressivement de nouveaux grains au sommet de la cavité et assurer ainsi son expansion vers le haut en une sorte de digitation verticale creusant un conduit à la couche granulaire, comme on peut le voir sur la Figure ??. Si, au cours du processus, il n'y a plus assez d'énergie pour continuer à déstabiliser des grains en tête de cavité, l'expansion peut s'en trouver très ralentie, voire stoppée.

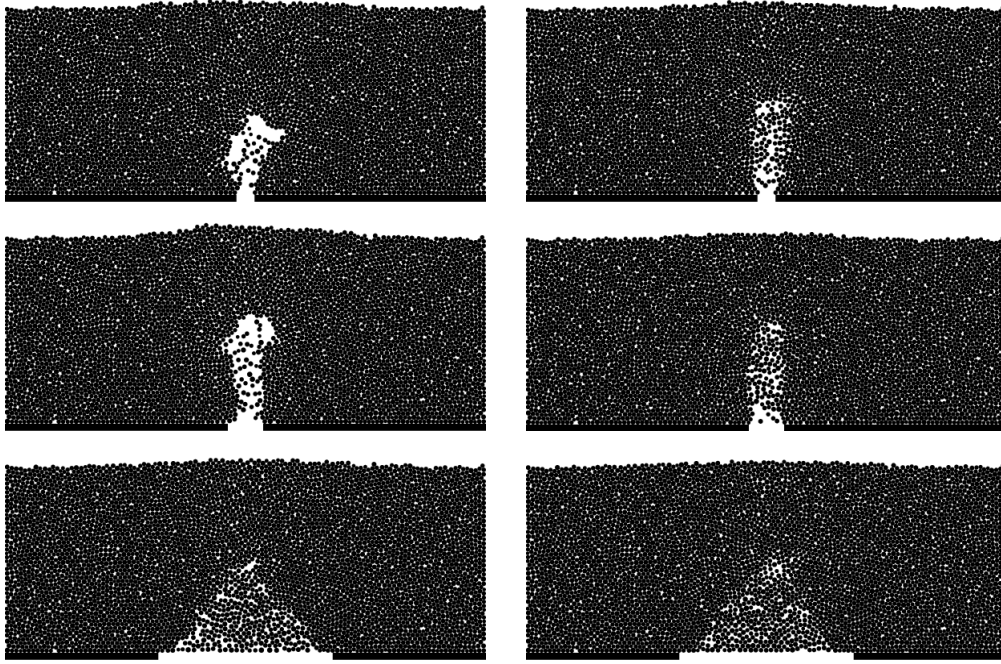


FIGURE 4.49 – Allures des cavités fluidisées en phase d’expansion obtenues pour les viscosités du fluide $5.0 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$ (colonne de gauche) et $2.0 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$ (colonne de droite) pour des diamètres d’injections $d_i/L = 0.036$ (haut), $d_i/L = 0.072$ (milieu) et $d_i/L = 0.36$ (bas).

On voit donc que la nature du régime hydrodynamique à l’intérieur de la cavité semble primordiale. Pour caractériser celle-ci, il convient d’estimer les ordres de grandeurs du nombre de Reynolds de cavité noté Re_{cav} et défini par :

$$Re_{cav} = \frac{U_{cav} D_{cav}}{\nu_f} \quad (4.14)$$

La vitesse du fluide dans la cavité peut être prise égale à U_c^h et, comme on l’a vu juste avant, la taille de la tête de cavité est relativement invariante et égale à environ 10 tailles de grains, soit 20 mm . On obtient ainsi un nombre de Reynolds de l’ordre de $Re_{cav} \sim 600$ pour la viscosité de $2.0 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$, ce qui est en accord avec l’existence d’une convection forte comme moteur de l’expansion de la cavité. Et pour la viscosité de $5.0 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$, le nombre de Reynolds est très sensiblement plus faible, de l’ordre de $Re_{cav} \sim 20$, confirmant assez bien le caractère laminaire et peu fluctuant de l’écoulement dans la cavité.

Enfin, pour comprendre pourquoi l’accord qualitatif entre le modèle et les expériences est obtenu avec la viscosité du fluide de $2.0 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$, il faut évaluer le régime hydrodynamique de cavité dans les expériences. D’après les résultats de la section 4.5.1, le débit au seuil est d’environ $50 \text{ cm}^3.\text{s}^{-1}$ et la taille de la cavité de l’ordre de $D_{cav} = 20 \text{ mm}$. En se rappelant que la viscosité cinématique du mélange utilisé ν_m est environ 20 fois celle de l’eau, le nombre de Reynolds Re_{cav} dans la cavité est définie par :

$$Re_{cav} = \frac{\frac{4Q}{\pi D_{cav}^2} D_{cav}}{\nu_m} = \frac{4Q}{\pi D_{cav} \nu_m} \quad (4.15)$$

On trouve un nombre de Reynolds Re_{cav} de l'ordre de 150. Le régime hydrodynamique dans la cavité fluidisée est donc effectivement plutôt turbulent comme celui de la simulation numérique pour une viscosité de $2.0 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$.

Conclusion et perspectives

Conclusion et perspectives

Le cœur de ce travail a consisté au développement d'un modèle numérique, couplant les méthodes DEM et LBM, apte à reproduire correctement les interactions entre phase fluide et phase solide discrète. Cela a été possible moyennant quelques adaptations spécifiques liées à la géométrie 2D retenue pour le modèle par soucis de temps de calcul. Une phase de test poussée sur plusieurs cas classiques a ensuite permis de valider le modèle. Ce travail répond d'une part à la problématique concrète de la sureté des ouvrages hydrauliques en remblai où la fluidisation localisée en pied de digue apparaît comme un mécanisme initiateur de l'érosion régressive, un des modes d'érosion interne. D'autre part, il se place également dans une perspective de recherche plus fondamentale, visant à mieux comprendre le couplage fluide-grains et son rôle dans le développement d'instabilités hydromécaniques.

Une fois la modélisation opérationnelle, celle-ci a été utilisée pour l'étude spécifique de la fluidisation d'une couche immergée de grains par une injection basale de taille variable. Après avoir vérifié que la phénoménologie expérimentale présentée dans la littérature était bien retrouvée qualitativement avec le modèle, une analyse détaillée a été menée au sujet du régime transitoire de fluidisation avec une variation systématique des paramètres physiques du problème. Ainsi, un régime transitoire est amorcé si et seulement si la vitesse dépasse un premier seuil. Au delà de ce seuil, la zone fluidisée créée à proximité de la buse d'injection s'étend progressivement vers le haut. Dans certains cas, le système semble atteindre un état quasi-stationnaire de cavité fluidisée tant que la vitesse ne dépasse pas un second seuil. Mais la durée des simulations, qui est limitée à 10 secondes, ne permet souvent pas de trancher entre vrai état statique ou état métastable avec une cinétique très lente. Dans tous les cas, au dessus du seuil de cheminée, il y a développement progressif de la zone fluidisée jusqu'au sommet avec ouverture finale d'une cheminée fluidisée. Dans ce régime de cheminée, nous avons évalué un taux d'expansion moyen qui augmente d'autant plus rapidement que la vitesse dépasse le seuil. Ce seuil de cheminée est d'ailleurs estimé plus précisément à partir d'une loi de puissance prédisant la divergence de la durée du régime d'expansion en $(U/U_c - 1)^{-\alpha}$, avec $\alpha \sim 3/5$ dans les simulations et $\alpha \sim 1$ dans les expériences de référence. L'analyse paramétrique a permis de proposer une loi d'échelle pour cette cinétique de croissance : $Re_0/Re_c \propto (Re/Re_c - 1)^{3/5}$. Une loi d'échelle est également proposée pour la vitesse seuil de cheminée. Cette loi est beaucoup plus complexe que celle obtenue dans les expériences qui correspondent au cas limite de la vitesse de Stokes car l'écoulement y est de type Darcy (le nombre de Reynolds particulière est inférieur à 10). Ici la gamme du nombre de Reynolds particulière Re est plus grande et, comme nous l'avons

montré, il faut tenir compte de la dépendance du coefficient C_D de traînée d'une particule isolée avec le nombre de Reynolds Re pour interpréter correctement cette loi d'échelle.

Concernant les différents états stationnaires finalement atteints par le système après la phase transitoire, nous avons donc retrouvé la cheminée fluidisée et, dans certains cas, une gamme limitée avec cavité fluidisée. Il semble que ce régime de cavité fluidisée ne peut exister que si le régime hydrodynamique dans la cavité est suffisamment turbulent, avec des nombres de Reynolds supérieurs à 100, pour générer l'existence de tourbillons de convection chargés en grains qui creusent la cavité et l'étend vers le haut en décrochant les grains de la voûte supérieure par chocs avec les grains en suspension et/ou par l'action des contraintes hydrodynamiques cisailantes et fluctuantes. A l'inverse, si l'écoulement dans la cavité reste laminaire, pour des nombres de Reynolds Re ne dépassant pas 10 à 20, la cavité s'étend par poussée hydrodynamique et toute la couche supérieure se trouve soulevée et cisailée sur les bords latéraux en deux bandes symétriques. Une fois enclenché, ce soulèvement va jusqu'à son terme tandis qu'un équilibre dynamique doit pouvoir être atteint pour le mécanisme beaucoup plus localisé de creusement par convection. On comprend en conséquence que les différences observées selon les paramètres physiques, et particulièrement selon la viscosité du fluide, sur les diagrammes de phases (H_0, U) des états stationnaires. Notons que les expériences qui montrent l'existence d'un régime de cavité fluidisée correspondent bien à des nombres de Reynolds de cavité supérieurs à 100 et donc à un régime hydrodynamique avec convection et grains en suspension dans la cavité. Notons également que, comme dans les résultats expérimentaux, la frontière entre régime de cavité fluidisée et/ou régime statique et régime de cheminée fluidisée est une droite et confirme une dépendance linéaire entre U_c et H_0 .

Les possibilités offertes par le modèle ont également été exploitées pour étudier l'influence du diamètre d'injection sur le régime transitoire. Si cette influence était limitée, voire négligeable dans les expériences, elle est ici nette, surtout pour une viscosité faible où il peut y avoir plus d'un ordre de grandeur de variation sur U_c . C'est probablement là une des limitations du modèle liées à sa géométrie 2D qui, du point de vue mécanique, inhibe un grand nombre de mouvements possibles de réarrangement entre grains et, du point de vue hydrodynamique, génère un gradient vertical de vitesse fluide beaucoup moins fort que dans le cas réel. Mais deux observations modèrent un peu ces différences. D'une part, dans les expériences, la gamme de variation du diamètre d'injection d_i est beaucoup plus faible que dans les simulations numériques. Par ailleurs, dans ces simulations, l'influence de d_i est beaucoup moins marquée en ce qui concerne la taille des cheminées stationnaires et surtout des têtes de cavités qui sont très peu dépendantes de d_i .

Les études expérimentale et numérique de la déstabilisation d'un empilement granulaire immergé par fluidisation homogène ont mis en évidence le rôle clé de la fraction volumique initiale lors de la phase transitoire. En effet, les expériences ont montré deux types de dynamiques différentes dans la façon dont le milieu se déforme. Pour un empilement initialement lâche, on a pu observer une fluidisation régulière et turbulente du milieu, à l'inverse d'un empilement initialement dense qui, avant de se déformer, commence par décoller. Au cours de cette phase de décollage, la couche de grains est

rattrapée à sa base par la propagation d’une instabilité de type onde de porosité au sein du milieu avec une dynamique plus ou moins rapide qui décompacte le milieu. La célérité de cette onde de porosité semble à peu près constante quelque soit la vitesse de fluidisation et dépend fortement des contraintes liées au confinement géométrique imposée par le système, notamment via l’écartement des parois latérales.

Pour finir, nous nous sommes intéressés à l’interaction entre deux cavités fluidisées en fonction de l’écartement imposée entre les buses d’injection. Les résultats ont montré que deux buses suffisamment éloignées l’une de l’autre présentent chacune un comportement individuel similaire au cas d’une injection unique, sans interaction visible entre elles. Au contraire, pour un écartement plus faible, les cavités fluidisées créées s’attirent mutuellement jusqu’à fusionner entre elles pour ne former qu’une unique cheminée fluidisée.

A l’issue de ce travail sur la problématique spécifique des instabilités hydromécaniques par fluidisation localisée et homogène au sein d’un matériau granulaire immergé, l’effort engagé devrait se poursuivre dans plusieurs directions, car les perspectives sont nombreuses. Nous allons nous contenter d’énumérer celles qui nous paraissent les plus importantes à nos yeux. Tout d’abord, nous envisageons de poursuivre le travail mené sur l’interaction entre deux cavités fluidisées en fonction de leur écartement. L’ambition de ce travail, encore très exploratoire à ce stade, est de déterminer, en fonction des paramètres tels que la hauteur initiale d’empilement, la compacité, la viscosité du fluide et le diamètre d’injection, une distance caractéristique δ_c , au delà de laquelle les deux cavités n’interagissent plus entre elles. Parallèlement une étude de l’interaction entre deux jets verticaux en fonction de leur écartement au sein d’un milieu poreux fixe sera réalisée et pourra servir de point de départ pour l’analyse et l’interprétation de cette distance δ_c .

En ce qui concerne les études numériques réalisées, l’étape suivante consistera à tirer profit à la fois des informations microstructurelles fournies par la partie DEM et des données hydrodynamiques locales calculées par la partie LBM pour mieux comprendre qualitativement, mais surtout quantitativement et à petite échelle, les mécanismes micromécaniques menant à la déstabilisation des grains et imposant, une fois l’état stationnaire atteint, des frontières entre zone fluidisée et zone quasi-statique. En particulier, une analyse à cette échelle micromécanique pourra être menée sur le mode d’expansion des instabilités selon le régime hydrodynamique de cavité.

Sur la thématique plus générale des instabilités hydromécaniques au sein d’un matériau granulaire drainé, nous envisageons de poursuivre les études expérimentale et numérique entamées sur le régime transitoire de fluidisation homogène d’un empilement granulaire pour lequel, aux tous premiers instants de la déstabilisation du matériau, on a pu observer deux comportements dynamiques très différents selon l’état initial de densité du matériau. Nous envisageons entre autres d’étudier les rôles antagonistes de la fluidisation et de la dilatance d’un matériau initialement dense, contrôlée par le confinement géométrique imposé par les parois. En effet, les résultats ont montré que la célérité d’expansion de

l'onde de porosité dans le cas dense dépend fortement de la pression de confinement. De façon très intéressante l'impact du confinement géométrique sur cette célérité peut limiter, voire stopper, la fluidisation voulue par les contraintes hydrodynamiques et pourrait être étudié de manière plus systématique.

Bibliographie

- [1] L. GIBILARO, *Fluidization Dynamics*. Butterworth-Heinemann, 2001.
- [2] F. RADJAI and F. DUBOIS, *Modélisation numérique discrète des matériaux granulaires*. LAVOISIER, 2101.
- [3] P. GONDRET, M. LANCE, and L. PETIT, “Bouncing motion of spherical particles in fluids,” *Physics of Fluids*, vol. 14, no. 2, pp. 643–652, 2002.
- [4] C. GARDNER and S. DWYER, “Numerical simulation of the xz tauri supersonic astrophysical jet,” *Acta Mathematica Scientia*, vol. 29B, pp. 1677–1683, 2009.
- [5] B. MATTHEW, P. PRICE, and S. TERRENCE, “Modelling magnetised protostellar jets with sph,” *Astrophysics and Space Sciences Proceedings*, vol. 36, p. 101, 2014.
- [6] E. ALONSO and A. GENS, “Aznalcollar dam failure. part1 : Field observations and material properties,” *Geotechnique*, vol. 56, no. 3, pp. 165–183, 2006.
- [7] D. GELDART, “Types of gas fluidization,” *Powder Technology*, vol. 7, pp. 285–292, 1973.
- [8] U. GHIA, K. N. GHIA, and C. T. SHIN, “High-re solutions for incompressible flow using the navier-stokes equations and a multigrid method,” *Journal of Computational Physics*, vol. 48, pp. 387–411, 1982.
- [9] E. ERTURK, “Numerical solution of 2d steady incompressible flow over a backward-facing step, part i : Hugh reynolds number solutions,” *Computers & Fluids*, no. 37, pp. 633–655, 2008.
- [10] B. F. ARMALY, F. DURST, J. C. F. PAREIRA, and B. SCHONUNG, “Experimental and theoretical investigation of backward-facing step flow,” *J. Fluid Mechanics*, vol. 127, pp. 473–496, 1983.
- [11] D. J. TRITTON, “Experimental on the flow past a circular cylinder at low reynolds number,” *J. Fluid Mechanics*, vol. 6, pp. 547–567, 1959.
- [12] F. ZOUESHTIAGH and A. MERLEN, “Affect of a vertically flowing water jet underneath a granular bed,” *Physical Review E*, vol. 75, no. 056313, 2007.
- [13] P. PHILIPPE and M. BADIANE, “Localized fluidization in a granular medium,” *Physical Review E*, vol. 87, no. 042206, 2013.

- [14] X. CUI, H. LI, A. CHAN, and D. CHAPMAN, “A 2d dem-lbm study on soil behaviour due to locally injected fluid,” *Particuology*, vol. 10, pp. 242–252, 2012.
- [15] X. CUI, *Numerical simulation of internal fluidisation and cavity evolution due to leaking pipe using coupled DEM-LBM technique*. PhD thesis, University of Birmingham, 2012.
- [16] M. ALSAYDALANI and C. CLAYTON, “Internal fluidization in granular soils,” *American Society of Civil Engineers*, vol. 140, no. 0413024, 2013.
- [17] J. J. FRY, G. DEGOUTTE, and A. GOUBET, *L'érosion interne : Typologie, détection et réparation*, vol. 6. Barrages & Réservoirs, 1997.
- [18] S. BONELLI, *Erosion in Geomechanics Applied to Dams and Levees*. ISTE Ltd and John Wiley, 2013.
- [19] M. FOSTER, R. FELL, and M. SPANNAGLE, “The statistic of embankment dam failures and accidents,” *Canadian Geotechnical Journal*, vol. 37, pp. 1000–1024, 2000.
- [20] M. DYKE, *An Album of Fluid Motion*. Parabolic Press, Inc., 1982.
- [21] H. BRENNER, “The slow motion of a sphere through a viscous fluid towards a plane surface,” *Chem. Eng. Sci.*, vol. 16, pp. 242–251, 1961.
- [22] R. COX and H. BRENNER, “The slow motion of a sphere through a viscous fluid towards a plane surface - ii - small gap width, including inertial effects,” *Chem. Eng. Sci.*, vol. 22, pp. 1753–1777, 1967.
- [23] M. HILLAIRET, “Lack of collision between solid bodies in a 2d constant-density incompressible flow,” *CPDE*, vol. 32, pp. 1345–1371, 2007.
- [24] B. ANDREOTTI, Y. FORTERRE, and O. POULIQUEN, *Les milieux granulaires entre fluide et solide*. CNRS Editions, 2011.
- [25] R. COX, “The motion of suspended particles almost in contact,” *Int. J. Multiphase Flow*, vol. 1, pp. 343–371, 1974.
- [26] G. JOSEPH, R. ZENIT, M. HUNT, and A. ROSENWINKEL, “Particle-wall collisions in viscous fluid,” *J. of Fluid Mechanics*, vol. 433, pp. 329–346, 2001.
- [27] L. LACAZE, E. IZARD, and T. BONOMETI, “Modelling the dynamics of a sphere approaching and bouncing on wall in viscous fluid,” *J. of Fluid Mechanics*, vol. 747, pp. 422–446, 2014.
- [28] J. DURAN, *Sables, poudres et grains Introduction à la physique des milieux granulaires*. Eyrolles Sciences, 1997.
- [29] J. BEAR, *Dynamics of fluids in porous media*. American Elsevier, New-York, 1972.

- [30] F. DULLIEN, *Porous media : Fluid Transport and Pore Structure*. Academic Press, 1979.
- [31] S. ERGUN, "Fluid flow through packed columns," *Chem. Eng. Progress*, vol. 48, no. 2, pp. 89–94, 1952.
- [32] E. GUYON, J. HULIN, and L. PETIT, *Hydrodynamique Physique*. CNRS Editions, 2001.
- [33] G. BATCHELOR, "Sedimentation in a dilute dispersion of spheres," *J. of Fluid Mechanics*, vol. 52, no. 02, pp. 245–268, 1972.
- [34] J. RICHARDSON and W. ZAKI, "Sedimentation and fluidisation," *Trans. Inst. Chem. Eng.*, vol. 32, no. 35-53, 1954.
- [35] A. KHAN and J. RICHARDSON, "Fluid-particle interactions and flow characteristics of fluidized beds and settling suspensions of spherical particles," *Chem. Eng. Comm.*, vol. 78, no. 111, 1989.
- [36] J. GARSIDE and M. AL-DIBOUNI, "Velocity-voidage relationships for fluidization and sedimentation in solid-liquid systems," *Chem. Eng. Sci.*, vol. 16, no. 206, 1977.
- [37] S. RAPAGNA, R. D. FELICE, L. GIBILARO, and P. FOSCOLO, "Steady-state expansion characteristics of beds of monosize spheres fluidized by liquids," *Chem. Eng. Comm.*, vol. 79, no. 131, 1989.
- [38] K. BATHE, *Numerical methods in finite elements analysis*. Printice-Hall, 1976.
- [39] R. GALLAGHER, *Introduction aux éléments finis*. Printice-Hall, 1977.
- [40] J. CHASKALOVIC, *Finite element methods for engineering sciences : theoretical approach and problem solving techniques*. Springer, 2008.
- [41] J. CUILIERE, *Introduction à la méthode des éléments finis*. Dunod, 2011.
- [42] O. ZIENKIEWICZ, R. TAYLOR, and J. ZHU, *The Finite Element Method : Its basis and fundamentals*. Elsevier, 2005.
- [43] P. ROE, "Approximate rieman sovers, paremeters vectors and difference schemes," *J. of Compt. Physics*, vol. 43, no. 357-372, 1981.
- [44] K. HOFFMANN, *Computational Fluid Dynamics for Engineers*. SCiTech Typing Service of Austin, 1989.
- [45] J. FORZIGER and M. PERIC, *Computational Fluid Dynamics*. Springer Verlag Berlin Heidelberg, 1996.
- [46] C. BERNARDI and Y. MADAY, *Spectral methods*, vol. V. North-Holland, Amsterdam : In Handbook Numer. Anal., 1997.

- [47] C. CANUTO, M. HUSSAINI, A. QUARTERONI, and T. ZANG, *Spectral methods in fluid dynamics*. Springer Verlag New York, 1988.
- [48] A. HUERTA and W. LIU, “Viscous flow with large free surface motion,” *Compt. Meth. in Appl. Mech. Eng.*, vol. 69, pp. 277–324, 1988.
- [49] J. BRAUN and M. SAMBRIDGE, “Dynamical langrangian remeshing : a new algorithm for solving large strain deformation problems and its application ro fault propagation folding,” *Earth and Planetary Scinces Letters*, vol. 124, pp. 211–220, 1994.
- [50] F. HARLOW, “The particle in cell computing for fluid dynamics,” *Methods in Compt. Physics*, vol. 3, pp. 319–343, 1964.
- [51] J. BRACKBILL and H. RUPPEL, “Flip : A method for adaptively zoned, particle-in-cell calculations in two dimensions,” *J. of Compt. Physics*, vol. 65, pp. 314–343, 1986.
- [52] D. BURGESS, D. SULSKY, and J. BRACKBILL, “Mass matrix formulation of the flip particle-in-cell method,” *J. of Compt. Physics*, vol. 103, pp. 1–15, 1992.
- [53] S. CHEN and G. DOOLEN, “Lattice boltzmann method for fluid flows,” *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 30, pp. 329–364, 1998.
- [54] M. C. SUKOP and D. T. THORNE, *Lattice Boltzmann Modeling : An introduction for Geosciences and Engineers*. Springer, 2006.
- [55] S. SUCCI, *The Lattice Boltzmann Equation for Fluid Dynamics and Beyond*. Oxford : Clarendon Press, 2001.
- [56] J. MONAGHAN, “Smoothed particle hydrodynamics,” *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, vol. 1, no. 30, pp. 543–574, 1992.
- [57] H. TAKEDA, S. MIYAMA, and M. SEKIYA, “Numercila simulation of viscous flow by smothed particle hydrodynamics,” *Progress of Theorical physics*, vol. 5, no. 92, pp. 939–960, 1994.
- [58] J. SWEGLE, D. HICKS, and S. ATTAWAY, “Smooth particle hydrodynamics stability analysis,” *J. of Compt. Physics*, vol. 116, pp. 123–134, 1995.
- [59] L. JING and J. HUDSON, “Numericals methods in rocks mechanics,” *Int. J. of Roch Mechanics & Mining Sciences*, vol. 39, no. 409-427, 2002.
- [60] J. SJAH, *Couplage SPH-DEM pour l’étude de l’érosion dans les ouvrages hydrauliques*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon, 2013.
- [61] A. BREUGNOT, *Approche numérique couplée discret-continu appliquée aux ouvrages cellulaires*. PhD thesis, Université Joseph Fourier, 2011.

- [62] X. PAN and M. REED, “A coupled distinct element finite element method for large deformation analysis of rock masses,” *Int. J. of Rock Mechanics & Mining Sciences*, vol. 28(1), p. 93, 1991.
- [63] R. JACKSON, *The dynamics of fluidized particles*. Cambridge Monographs on Mechanics, 1997.
- [64] M. OURIEMI, P. AUSSILLOUS, and E. GUAZZELLI, “Sediment dynamics : Part 1 bed-load transport by laminar shearing flows,” *J. Fluid Mechanics*, 2009.
- [65] Z. YU, A. WACHS, and Y. PEYSSON, “Numerical simulation of particle sedimentation in shear-thinning fluids with a fictitious domain method,” *J. of Non Newtonian Fluid Mech.*, vol. 136, pp. 126–139, 2006.
- [66] Z. YU, A. WACHS, and Y. PEYSSON, “A fictitious domain method for dynamic simulation of particle sedimentation in bingham fluids,” *J. of Non Newtonian Fluid Mech.*, 2007.
- [67] R. GLOWINSKI, T. PAN, T. HESLA, and D. PERIAUX, “A fictitious domain approach to the direct numerical simulation of incompressible viscous flow past moving rigid bodies : application to particulate,” *J. Computat. Phys.*, vol. 169, pp. 363–426, 2001.
- [68] S. GALLIER, E. LEMAIRE, L. LOBRY, and F. PETERS, “A fictitious domain approach for the simulation of dense suspension,” *J. Diff. Eq.*, vol. 256, pp. 367–387, 2014.
- [69] Z. G. Feng and E. E. Michaelides, “The immersed boundary-lattice boltzmann method for solving fluid-particles interaction problems,” *Journal of Computational Physics*, vol. 195, pp. 602–628, Apr. 2004.
- [70] Y. T. Feng, K. Han, and D. R. J. Owen, “Coupled lattice boltzmann method and discrete element modelling of particle transport in turbulent fluid flows : Computational issues,” *International Journal For Numerical Methods In Engineering*, vol. 72, pp. 1111–1134, Nov. 2007.
- [71] D. OWEN, C. LEONARDI, and Y. FENG, “An efficient framework for fluid – structure interaction using the lattice boltzmann method and immersed moving boundaries,” *International Journal for Numerical Method in Engineering*, pp. 66–95, 2011.
- [72] Y. HAN and P. A. CUNDALL, “Lbm-dem modeling of fluid-solid interaction in porous media,” *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, vol. 37, pp. 1391–1407, 2013.
- [73] Y. HAN and P. A. CUNDALL, “Lbm-dem modeling of fluid-solid interaction in porous media,” *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, vol. 37, pp. 1391–1407, 2013.
- [74] P. MUTABARUKA, J.-Y. DELENNE, K. SOGA, and F. RADJAI, “Initiation of immersed granular avalanches,” *Phys. Rev. E*, vol. 89, no. 052203, 2014.
- [75] C. PESKIN, “Numerical analysis of blood flow in the heart,” *J. Computat. Phys.*, vol. 25, pp. 220–252, 1977.

- [76] A. DUPUIS, P. CHATELAIN, and P. KOUMOUTSAKOS, “An immersed boundary lattice boltzmann method for the simulation of the flow past an impulsively started cylinder,” *J. Computat. Phys.*, vol. 227, no. 9, pp. 4486–4498, 2008.
- [77] Z.-G. FENG and E. MICHAELIDES, “Immersed boundary lattice boltzmann method for solving fluid-particles interaction problems,” *J. Computat. Phys.*, vol. 195, pp. 602–628, 2004.
- [78] J. MARONGIU, *Méthode numérique lagrangienne pour la simulation d’écoulements à surface libre - Applications aux turbines de Pelton*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon, 2007.
- [79] G. FOUREY, D. L. TOUZÉ, and B. ALESSANDRINI, “Sph-fem coupling to simulate fluid-structure interactions with complex free-surface flows,” *In SPHERIC*, 2010.
- [80] M. ROBINSON, S. LUDING, and M. RAMAIOLI, “Fluid-particle flow and validation using two-way coupled sph-dem,” *Fluid Dynamics*, 2013.
- [81] A. POTAPOV, M. HUNT, and C. CAMPBELL, “Liquid-solid flows using smoothed particle hydrodynamics and discrete element method,” *Powder Technology*, vol. 2-3, pp. 204–213, May 2001.
- [82] X. SUN, M. SAKAI, and Y. YAMADA, “Three-dimensional simulation of solid-liquid flow by the dem-sph method,” *J. of Compt. Physics*, pp. 147–176, Sept 2013.
- [83] S. ANDERSEN and L. ANDERSEN, “Modelling of landslides with the material point method,” *Compt. Geosciences*, vol. 56, no. 1, pp. 137–147, 2009.
- [84] F. ZABALA and E. ALONSO, “Progressive failure of aznalcollar dam using the material point method,” *Geotechnique*, vol. 61, no. 9, pp. 795–808, 2011.
- [85] S. BRYANT, P. KING, and D. MELLOR, “Network model evaluation of permeability and spatial correlation in a real random sphere packing,” *Transport in Porous Media*, vol. 2, pp. 53–70, avril 1993.
- [86] K. THOMPSON and H. FOGLER, “Modeling flow in disordered packed beds from pore-scale fluid mechanics,” *American Institute of Chemical Engineers (AIChE) J.*, vol. 43, no. 6, pp. 1377–1389, 1997.
- [87] M. HAKUNO and Y. TARUMI, “A granular assembly simulation for the seismic liquefaction of sand,” *Japan Society of Civil Engineers Proceedings*, vol. 398, pp. 129–138, 1988.
- [88] R. BONILLA, *Numerical simulations of undrained granular media*. PhD thesis, Université de Waterloo, Waterloo, Ontario, Canada, 2004.
- [89] E. CATALANO, B. CHAREYRE, and E. BARTHELEMY, “Fluid-solid coupling in discrete models,” in *Alert Geomaterials Aussois*, 2009.
- [90] E. CATALANO, *A pore-scale hydromechanical model for biphasic granular media - Application to granular sediment hydrodynamics*. PhD thesis, Université de Grenoble, 2012.

- [91] E. CATALANO, B. CHAREYRE, and E. BARTHELEMY, *Pore-scale modeling of fluid particles interaction and emerging poromechanical effects*. PhD thesis, Université de Grenoble, 2013.
- [92] L. NAUDTS, “Anomalous sea-floor backscatter patterns in methane venting areas, dnper paleo-delta, nw black sea,” *Marine Geology*, vol. 251, pp. 253–267, 2008.
- [93] E. FLEKKOY, A. SORESSEN, and B. JAMTVEIT, “Modeling hydrofracture,” *J. of Geophysical Research*, vol. 107, p. 2151, 2002.
- [94] T. MORZ, E. KARLIK, S. KREITER, and A. KOPF, “An experimental setup for fluid venting in unconsolidated sediment : New insights to fluid mechanics and structures,” *Sedimentary Geology*, vol. 196, pp. 251–267, 2007.
- [95] G. VARAS, V. VIDAL, and J. GEMINARD, “Dynamics of crater formations in immersed granular materials,” *Physical Review E*, vol. 79, no. 021301, 2009.
- [96] G. VARAS, V. VIDAL, and J. GEMINARD, “Venting dynamics of an immersed granular layer,” *Physical Review E*, vol. 83, no. 011302, 2011.
- [97] P. RIGORD, A. GUARINO, V. VIDAL, and J. GEMINARD, “Localized instability of a granular layer submitted to an ascending liquid flow,” *Granular Matter*, vol. 7, pp. 191–197, 2005.
- [98] F. GALLO and A. WOODS, “On steady homogeneous sand-water flows in vertical conduit,” *Sedimentology*, vol. 51, no. 1111, pp. 195–210, 2004.
- [99] M. KOHL, G. LU, J. THIRD, K. PRUESSMANN, and C. MULLER, “Magnetic resonance imaging (mri) of jet height hysteresis in packed beds,” *Chem. Eng. Sci.*, vol. 109, pp. 276–283, 2014.
- [100] O. ROCHE, T. DRUITT, and R. CAS, “Experimental aqueous fluidization of ignimbrite,” *J. of Volcanology and Geothermal Research*, vol. 112, pp. 267–280, 2001.
- [101] R. K. NIVEN and N. KHALILI, “In situ fluidisation by single internal vertical jet,” *J. of Hydraulic Research*, vol. 36 :2, pp. 199–228, 9 Sept 2014.
- [102] J. V. ZYL, M. ALSAYDALANI, and C. CLAYTON, “Soil fluidisation outside leaks in water distribution pipes preliminary observations,” *Institution of Civil Engineers ICE Proceedings*, vol. 166, 2012.
- [103] A. MAHADEVAN and L. MAHADEVAN, “Flow induced channelization in porous medium.” arXiv :1009.0565v1, 3 Sept 2010.
- [104] V. APTE, F. TERRY, and J. TRUELOVE, “Stress distribution in packed bed above rechannel cavities formed by an air jet,” *American Institute of Chemical Engineers (AIChE) J.*, vol. 36, no. 3, pp. 461–468, 1990.
- [105] R. NICHOLS, R. SPARKS, and C. WILSON, “Experimental studies of the fluidization of layered sediments and the formation of fluid escape structures,” *Sedimentology*, vol. 41(2), pp. 233–253, 1994.

- [106] O. JOHNSEN, R. TOUSSAINT, K. MALOY, E. FLEKKOY, and J. SCHMITTBUHL, "Coupled air-granular flow in linear hele-shaw cell," *Physical Review E*, vol. 77, no. 0110301, 2008.
- [107] A. WALTERES, J. PHILIPS, R. BROWN, M. FIELD, T. GERNON, G. STRIPP, and R. SPARKS, "The role of fluidization in the formation of volcanic kimberlite : Grain size observations and experimental investigation," *J. of Volcanology and Geothermal Research*, vol. 115, pp. 119–137, 2006.
- [108] R. BORA, B. MAINI, and A. CHAKMA, "Flow visualization studies of solution gas drive process in heavy oil reservoirs using a glass micromodel," *SPE*, no. 37519, 1997.
- [109] P. CESARI and P. MILLS, "Insights in erosion instabilities in nonconsolidated porous media," *Physical Review E*, vol. 58, no. 5, 1998.
- [110] G. RENARD, J.-F. NAUROY, C. DERUYTER, J.-C. MOULU, J.-P. SARDA, and J.-F. L. ROMANCER, "Production of heavy oils," *Oil & Gas Science and Technology Rev. IFP*, vol. 55, no. 1, pp. 35–66, 2000.
- [111] K. MAHRER, D. KROLL, H. DAVIS, and R. BERNARD, "Simulation of flow in bidisperse sphere packings," *J. of Colloid and Interface Science*, vol. 212(2), pp. 341–347, 1999.
- [112] R. WEISMAN, G. LENNON, and E. ROBERT, "Experiment on fluidization in unbounded domains," *J. Hydro. Eng. ASCE*, vol. 114, pp. 468–487, 1988.
- [113] E. PAPAMICHOS and I. VARDOULAKIS, "Sand erosion with a porosity diffusion law," *Computers and Geotechnics*, vol. 32, no. 47-58, 2004.
- [114] E. GROSS, P. BATHNAGAR, and M. KROOK, "A model for collision processes in gases i : small amplitude processes in charged and neutral one-component systems," *Physical Review*, vol. 94, no. 511, 1954.
- [115] Y. QIAN, D. d'HUMIERES, and P. LALLEMAND, "Lattice bgk models for the navier-stokes equations," *Europhys. Lett.*, vol. 17, pp. 479–480, 1992.
- [116] B. PERTHAME, "Global existence to the bgk model of boltzmann equation," *J. Diff. Eq.*, vol. 82, pp. 191–205, 1989.
- [117] J. V. NEUMANN, *The theory of self-reproducing Automata*. University of Illinois Press, 1966.
- [118] J. HARDY, Y. POMEAU, and O. D. PAZZIS, "Time evolution of two dimensional model system i : Invariant states and time correlation function," *J. Math. Phys.*, vol. 14, pp. 1746–1759, 1993.
- [119] U. FRISCH, B. HASSLACHER, and Y. POMEAU, "Lattice -gas automata for navier-stokes equations," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 56, pp. 1505–1508, 1986.
- [120] McNAMARA and G. ZANETTI, "Use of the boltzmann equation to simulate lattice-gas automata," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 61, pp. 2332–2335, 1988.

- [121] F. HIGUERA and J. JIMÉNEZ, “Boltzmann approach to lattice-gas simulations,” *Europhys. Lett.*, vol. 9(7), pp. 663–668, 1989.
- [122] J. M. KOELMAN, “A simple lattice boltzmann scheme for navier-stokes fluid flow,” *Europhys. Lett.*, vol. 15(6), pp. 603–610, 1991.
- [123] H. CHEN and W. H. MATTHAEUS, “Recovery of navier-stokes equations using lattice-gas boltzmann method,” *Phys. Rev. A.*, vol. 45 R5339, no. 42, 1992.
- [124] L. BOLTZMANN, *Weitere studien uber das warmegleichgewicht unter gasmolekulen*, vol. 66. Sitzungsberichte der akademie der wissenschaften, Wien, II, 1872.
- [125] CARLEMANN, *Sur la theorie de l’equation integrodifferentielle de Boltzmann*, vol. 60. Acta Mathematica, 1933.
- [126] CHAPMAN, “On the law of distribution of molecular velocities and on the theory of viscosity and thermal convection, in a non-uniform simple monoatomic gas,” *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A*, no. 216, pp. 279–348, 1916.
- [127] CHAPMAN, “The kinetic theory of simple and composite monoatomic gases : viscosity, thermal conduction, and diffusion,” *Proc. R. Soc. London. A*, vol. 93, no. 1-20, 1916.
- [128] D. WOLF-GLADROW, *Lattice-Gas Cellular Automata and Lattice Boltzmann Models : An introduction*. Springer Berlin, 2000.
- [129] X. HE and L.-S. LUO, “A priori derivation of the lattice boltzmann equation,” *Physical Review E*, vol. 55R, pp. 6333–6336, 1997.
- [130] A. SATOH, *Introduction to Practice of Molecular Simulation : Molecular Dynamics, Monte Carlo, Brownian Dynamics, Lattice Boltzmann and Dissipative Particle Dynamics*. Elsevier, 2010.
- [131] A. SATOH, *Introduction to the practice of molecular simulation*. Elsevier Insights, 2011.
- [132] P. LALLEMAND and L.-S. LUO, “Theory of the lattice boltzmann method : dispersion, dissipation, isotropy, galilean invariance and stability,” *Physical Review Lett.*, vol. E61, pp. 6546–6562, 2000.
- [133] I. GAINZBOURG and D. d’HUMIERES, “Multireflection boundary conditions for lattice boltzmann models,” *Physical Review E*, vol. 68, no. 066614, 2003.
- [134] D. d’HUMIERES, I. GAINZBOURG, M. KRAFCZYK, P. LALLEMAND, and L.-S. LUO, “Multiple relaxation time lattice boltzmann models in three dimensions,” *Proc. R. Soc. London. Ser.*, vol. A, pp. 360–437, 2002.
- [135] Y. DAZHI, R. MEI, L.-S. LUO, and W. SHYY, “Viscous flow computing with the method of lattice boltzmann equation,” *Progress in Aerospace Sciences*, vol. 39, pp. 329–367, 2003.
- [136] R. DU, B. SHI, and X. CHEN, “Multi-relaxation-time lattice boltzmann model for incompressible flow,” *Phys. Rev. Lett. A*, vol. 359(6), pp. 564–572, 2006.

- [137] R. NOURGALIEV, T. DINH, T. G. THEOFANOUS, and D. JOSEPH, “The lattice boltzmann equation method : theoretical interpretation, numeric and implications,” *International Journal of Multiphase Flow*, vol. 29 117-169, 2003.
- [138] O. FILIPPOVA and D. HANEL, “Grid refinement for lattice-bgk models,” *J. Computat. Phys.*, vol. 147, pp. 219–228, 1998.
- [139] R. MEI, L.-S. LUO, and W. SHYY, “An accurate curved boundary treatment in the lattice boltzmann method,” *J. Computat. Phys.*, vol. 155, pp. 307–330, 1999.
- [140] Z. L. GUO, C. G. ZHENG, and B. C. SHI, “An extrapolation method for boundary conditions in lattice boltzmann method,” *Physics of Fluids*, vol. 14(6), pp. 2007–2010, June 2002.
- [141] D. P. ZIEGLER, “Boundary conditions for lattice boltzmann simulations,” *J. Stat. Phys.*, vol. 71, pp. 1171–1177, 1993.
- [142] P. A. SKORDOS, “Initial and boundary conditions for the lattice boltzmann equation model,” *Physical Review E*, vol. 54, pp. 3614–3620, 1993.
- [143] T. INAMORO, M. YOSHINO, and F. OGINO, “A non-slip boundary condition for lattice boltzmann simulations,” *Phys. of Fluid*, vol. 7, pp. 2928–2930, 1995.
- [144] D. R. NOBLE, S. CHEN, J. G. GEORGIADIS, and R. O. BUCKIUS, “A consistent hydrodynamic boundary conditions for the lattice boltzmann method,” *Phys. of Fluid*, vol. 7, pp. 203–309, 1995.
- [145] I. GAINZBOURG and D. d’HUMIERES, “Local second-order boundary methods for lattice boltzmann methods,” *J. Stat. Phys.*, vol. 84, pp. 927–971, 1996.
- [146] R. S. MAIER, R. S. BERNARD, and D. W. GRUNAU, “Boundary conditions for lattice boltzmann method,” *J. Stat. Phys.*, vol. 8, pp. 1788–1996, 1996.
- [147] Q. ZOU and X. HE, “On pressure and velocity boundary conditions for the lattice boltzmann bgk model,” *Phys. of Fluid*, vol. 9, pp. 1591–1598, 1997.
- [148] R. VERBERG and A. J. C. LADD, “Lattice boltzmann model with sub-grid scale boundary conditions,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 84, pp. 2148–2151, 2000.
- [149] X. ZHANG, J. W. CROWFORD, A. G. BENGOUGH, and I. M. YOUNG, “On boundary conditions in the lattice boltzmann model for advection and anisotropic dispersion equation,” *Adv. Wat. Res.*, vol. 25, pp. 601–609, 2002.
- [150] S. ANSAUALI and I. V. Karlin, “Kinetic boundary conditions in the lattice boltzmann method,” *Physical Review E*, vol. 66, no. 026311, 2002.
- [151] B. CHOPARD and A. DUPUIS, “A mass conserving boundary conditions in the lattice boltzmann models,” *Int. J. Modern Phys. B*, vol. 17, pp. 103–107, 2003.

- [152] X. HE, Q. ZOU, L.-S. LUO, and M. DEMBO, “Analytic solutions and analysis on non-slip boundary condition for the lattice boltzmann bkg model,” *J. Stat. Phys.*, vol. 87, pp. 115–136, 1997.
- [153] L.-S. LUO, “Analytic solutions of linearized lattice boltzmann equations for two-dimensional hydrodynamics,” *J. Stat. Phys.*, vol. 88, pp. 913–926, 1997.
- [154] J. STERLING and S. CHEN, “Stability analysis of lattice boltzmann methods,” *J. Computat. Phys.*, vol. 2, pp. 123–196, 1996.
- [155] H. YU and S. GIRIMAJI, “Near field turbulent simulations of rectangular jets using lattice boltzmann method,” *Phys. of Fluid*, vol. 17, no. 125106, 2005.
- [156] R. BENZI and S. SUCCI, “Two-dimensional turbulence with lattice boltzmann equation,” *J. Phys. A*, vol. 30, pp. 329–350, 1990.
- [157] C. TEIXEIRA, “Incorporating turbulence models into lattice boltzmann model,” *Europhys. Lett.*, vol. 33, pp. 345–364, 1996.
- [158] G. ALEXANDER, H. CHEN, S. KANDASAMY, S. MALLICK, Y. QIAN, R. SHOCK, R. ZHANG, and V. YAKHOT, *Turbulent flow simulations via extended lattice boltzmann algorithm*. EXA preprint, 2001.
- [159] H. CHEN, S. SUCCI, and S. ORSZAG, “Analysis of sub-grid fluid turbulence using the boltzmann bkg kinetic equation,” *Physical Review E*, vol. 59(3), no. R1, 1999.
- [160] M. KRAFCZYK and J. TOLKE, “Large-eddy simulations with multiple relaxation time lbe model,” *International Journal of Modern Phys. B*, vol. 17, pp. 33–39, 2003.
- [161] S. McNAMARA and R. GARCIA-ROJO, “Microscopic origin of granular ratcheting,” *Physical Review E*, vol. 77, p. 031304, 2008.
- [162] P. CUNDALL and O. STRACK, “A discrete numerical model for granular assemblies,” *Geotechnique*, vol. 29(1), pp. 47–65, 1979.
- [163] J. SCHAFER, S. DIPPED, and D. E. WOLF, “Forces schemes in simulations of granular materials,” *J. Phys. I*, vol. 6, pp. 5–20, 1996.
- [164] B. CAMBOU, *Behaviour of granular materials. CISM courses and Lectures*. No. 385, New-York : Inter. centre of mechanical sciences, 1998.
- [165] D. MULLER, *Techniques informatiques efficaces pour la simulation de milieux granulaires par des methodes distincts*. PhD thesis, Ecole Polytechnique de Lausanne, 1996.
- [166] M. P. ALLEN and D. J. TILDESLEY, *Computer Simulation of Liquids*. Oxford University Press, 1987.
- [167] L. VERLET, “Computer experiments on classical fluids,” *Phys. Rev.*, vol. 159, 30 January 1967.

- [168] D. LEVESQUE and L. VERLET, “Molecular-dynamics and time reversibility,” *J. Stat. Phys.*, vol. 72, pp. 519–537, 1993.
- [169] J. TING and B. CORKUM, “A computational laboratory for discrete element geomechanics,” *J. Comput. Civ. Eng. ASCE*, vol. 6, pp. 129–146, 1992.
- [170] C. K. Aidun and Y. N. LU, “Lattice boltzmann simulation of solid particles suspended in fluid,” *Journal of Statistical Physics*, vol. 81, pp. 49–61, Oct. 1995.
- [171] K. N. PREMNATH and J. ABRAHAM, “Three-dimensional multi-relaxation time (mrt) lattice-boltzmann models for multiphase flow,” *Journal of Computational Physics*, vol. 224, no. 2, pp. 539 – 559, 2007.
- [172] Y. Sui, Y.-T. Chew, P. Roy, and H.-T. Low, “A hybrid immersed-boundary and multi-block lattice boltzmann method for simulating fluid and moving-boundaries interactions,” *International Journal For Numerical Methods In Fluids*, vol. 53, pp. 1727–1754, Apr. 2007.
- [173] X. D. NIU, C. SHU, Y. T. CHEW, and Y. PENG, “A momentum exchange-based immersed boundary-lattice boltzmann method for simulating incompressible viscous flows,” *Physics Letters A*, vol. 354, pp. 173–182, May 2006.
- [174] N. NGUYEN and A. LADD, “Lubrication corrections for lattice-boltzmann simulations of particle suspensions,” *PHYSICAL REVIEW E*, vol. 66, no. 4, 2, 2002.
- [175] P. MUTABARUKA, J.-Y. DELENNE, K. SOGA, and F. RADJAI, “Initiation of immersed granular avalanches,” *Phys. Rev. E*, vol. 89, p. 052203, May 2014.
- [176] P. H. KAO and R. J. YANG, “An investigation into curved and moving boundary treatments in the lattice boltzmann method,” *Journal of Computational Physics*, vol. 227, pp. 5671–5690, 2008.
- [177] K. IGLBERGER, N. THUREY, and U. RUDE, “Simulation of moving particles in 3d with the lattice boltzmann method,” *Computers and Mathematics*, vol. 55, pp. 1461–1468, 2008.
- [178] A. J. C. LADD, “Numerical simulations of particulate suspensions via discretized boltzmann equation. part i. theoretical fundation,” *J. Fluid Mechanics*, vol. 271, pp. 285–309, 1994.
- [179] X. HE and G. DOOLEN, “Lattice boltzmann method on curvilinear coordinates system : Flow around circular cylinder,” *J. Computat. Phys.*, vol. 134, pp. 306–315, 1997.
- [180] I. GAINZBOURG and P. M. ALDER, “Boundary flow condition analysis for the three-dimensional lattice boltzmann model,” *J. Phys. II*, vol. 4, pp. 191–214, 1994.
- [181] Y. K. SUH, J. KANG, and S. KANG, “Assessment of algorithms for the no-slip boundary condition in lattice boltzmann equation of bgk model,” *Int. J. Numerical Methods in Fluids*, vol. 58, pp. 1353–1378, 2008.
- [182] M. BOUZIDI, M. FIRDAOUSS, and P. LALLEMAND, “Momentum transfer of a boltzmann lattice fluid with boundaries,” *Phys. of Fluid*, vol. 13, pp. 3452–3459, 2001.

- [183] S. CHEN, D. MARTINEZ, and R. MEI, "On boundary conditions in the lattice boltzmann method," *Phys. of Fluid*, vol. 8, pp. 2527–2572, 1996.
- [184] P. LALLEMAND and L.-S. LUO, "Lattice boltzmann method for moving boundaries," *Journal of Computational Physics*, vol. 184, no. 2, pp. PII S0021–9991(02)00022–0, 2003.
- [185] D. A. PERUMAL and A. K. DASS, "Application of lattice boltzmann method for incompressible viscous flows, applied mathematical modelling," vol. 37, no. 6- ISSN 0307-904X, pp. 4075–4092, 2012.
- [186] L. HUNG, M. PAVRIZ, and J. KIM, "Direct numerical simulation of turbulent flow over backward-facing step," *J. Fluid Mechanics*, vol. 330, pp. 349–374, 1997.
- [187] G. BISWAS, M. BREUER, and F. DURST, "Backward-facing step flows for various expansion ratios at low and moderate reynolds numbers," *J. Fluid Eng.*, vol. 126(3), pp. 362–374, Jul. 12 2004.
- [188] E. FLOREZ, Y. CARRANZA, and Y. ORTIZ, "Numerical flow solution on a backward-facing step using the lattice boltzmann equation method," *Ingenieria E Investigacion*, vol. 31, pp. 74–83, Aug. 2011.
- [189] L. WANG, Z. L. GUO, and J. C. MI, "Drafting, kissing and tumbling process of two particles with different sizes," *Computers & Fluids*, no. 96, pp. 20–34, 2004.
- [190] S. OHTSUKI and T. MATSUOKA, "Numerical simulation of solid particle behaviors in fluid flow by using a numerical coupling technique," *International Journal of the Japanese Committee for Rock Mechanics (JCRM)*, vol. 4, no. 2, pp. 61–67, 2009.
- [191] M. M. ZDRAVKOVICH, *Flow around circular cylinders, vol. 1 : Fundamentals*. Oxford University Press, 1997.
- [192] J. M. D. MERRY, "Penetration of vertical jets into fluidized beds," *AIChE Journal*, vol. 21, pp. 507–510, 1975.
- [193] R. Y. HONG, Q. J. GUO, G. H. LUO, J. Y. ZHANG, and J. DING, "On the jet penetration height in fluidised beds with two vertical jets," *Powder Technology*, vol. 133, pp. 216–227, 2003.
- [194] G. AGARWAL, B. LATTIMER, S. EKKAD, and U. VANDSBURGER, "Influence of multiple gas inlet jets on fluidized bed hydrodynamics using image velocimetry and digital image analysis," *Powder Technology*, vol. 214, pp. 122–134, 2011.
- [195] J. F. MACDONALD and J. BRIDGWATER, "Void formation in stationary and moving beds," *Chemical Engineering science*, vol. 52, no. 5, pp. 677–691, 1997.
- [196] M. S. Buijtenen, W. J. V. Dijk, N. G. Deen, J. M. Kuipers, T. Leadbeather, and D. J. Parker, "Numerical and experimental study on multiple-spout fluidized beds," *Chemical Engineering science*, vol. 66, pp. 2368–2376, 2011.

- [197] L. JUN, *Numerical investigation of the coupled DEM-LBM technique with application to leakage-soil interaction due to a leaking pipe*. PhD thesis, University of Birmingham, 2012.
- [198] D. M. YOUNG, *Iteratives methods for solving partial differential equations of elliptic type*. PhD thesis, Doctoral Thesis Havard University, 1950.
- [199] D. M. YOUNG, “Convergence properties of the symmetric and unsymmetric successive overrelaxation method and related methods,” *Journal of Mathematics comp.*, vol. 24, pp. 793–807, 1970.
- [200] R. D. KINCAID, “Norms of successive over relation method,” *Journal of Mathematics comp.*, vol. 26, pp. 345–357, 1972.
- [201] A. HADJIDIMOS, “Successive over relaxation (sor) ans related methods,” *Journal of Computational and applied Math.*, vol. 23, pp. 177–199, November 2000.
- [202] I. VARDOULAKIS, “Fluidisation in artesian flow conditions : Hydromechanocally unstable granular media,” *Geotechnique*, vol. 54(2), pp. 117–130, 2004.
- [203] J. A. DIJKSMANN, F. RIETZ, K. A. LORINEZ, M. V. HECKE, and W. LOSERT, “Refractive index matching scanning of dense granular materials,” *Reviews of Scientific Instruments*, vol. 83, no. 011301, 2012.
- [204] D. BOUTT, B. K. COOK, and J. WILLIAMS, “A coupled fluid-solid model for problems in geomechanics : Application to sand production,” *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, vol. 35, pp. 997–1018, 2011.
- [205] K. KUMAR, K. SOGA, and J.-Y. DELENNE, “Granular flows in fluid,” 2012.
- [206] P. MUTABARUKA, *Modelisation numerique des milieux granulaires immerges : initiation et propagation des avalanches dans un fluide*. PhD thesis, University of Montpellier 2, 2013.
- [207] J. NGOMA, P. PHILIPPE, J.-Y. DELENNE, and S. BONELLI, “Interaction between two localized fluidized cavities in granular media,” in *Geomechanics from Micro to Macro* (C. Press, ed.), vol. 1, pp. 1571–1778, 2015.
- [208] A. BASSET, *A treatise on hydrodynamics*. Dover, 1888.
- [209] N.-S. CHENG, “Comparison of formulas for drag coefficient and settling velocity of spherical particles,” *Powder Technology*, no. 189, pp. 395–398, 2009.
- [210] J. HYMERS, *A Treatise on Differential Equations and the calculus of Finite Differences*. Cambridge, 1839.
- [211] E. TORO, *Rieman Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics - A Pratical Introduction*. Springer, 1999.
- [212] T. WILHEM and K. WILMANSKI, “On the onset of flow instabilities in granualr media due to to porosity inhomogeneities,” *Int. J. Multiphase Flow*, vol. 28, pp. 1929–1944, 2002.

- [213] Y. PENG and L. FAN, “Hydrodynamic characteristics of fluidization in liquid-solid tapered beds,” *Chem. Eng. Sci.*, vol. 52, pp. 2277–2290, 1997.
- [214] M. HILPERT, R. GLANTZ, and C. MILLER, “Calibration of a pore-network model by pore-morphological analysis,” *Transport in Porous Media*, vol. 51, pp. 267–285, Juin 2003.
- [215] L. MA, “The numerical simulation of water jet penetration by coupled method sph and fem,” *J. of Pressure Equipment and Systems*, vol. 6, pp. 240–246, 2008.
- [216] N. NGUYEN and A. LADD, “Lubrication corrections for lattice-boltzmann simulations of particle suspensions,” *PHYSICAL REVIEW E*, vol. 66, no. 4, 2002.
- [217] P. LALLEMAND and L.-S. LUO, “Lattice boltzmann method for moving boundaries,” *Journal of Computational Physics*, vol. 184, no. 2, pp. PII S0021–9991(02)00022–0, 2003.
- [218] S. CHEN and G. DOOLEN, “Lattice boltzmann method for fluid flows,” *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 30, pp. 329–364, 1998.
- [219] M. MANSOURI, J.-Y. DELENNE, M. E. YOUSSEFI, and A. SERIDI, “A 3d dem-lbm approach for the assessment of the quick condition for sands,” *Comptes Rendus de Mecanique*, vol. 337, pp. 675–681, 2009.